

連載 実践DSPアプリケーションズ

専用高速プロセッサで誰にでも使える時代に

第6回

M系列信号の性質と応用

藤井裕子

今回は、再びデジタル信号処理のソフトウェアの話題にもどり、みなさんもご存じのM系列信号の応用について取り上げます。

疑似乱数としてのM系列の発生法については、すでさまざまな文献で紹介されていますが、ここでは若干の数式も交えて各種の性質についても説明するとともに、相関技法を用いた簡単な計測への応用例を紹介します。

M系列信号を用いたアプリケーションには往々にして長大な相関演算が必要と

なることが多いのですが、DSPを利用すればその高速演算能力を生かして手軽にシステムを構成することが可能となります。

付属CD-ROMにはAnalog Devices社の1万円DSP評価キットEZ-KIT Lite上で動作するデモ・プログラムを収録しました。

M系列信号の発生方法

M系列信号(Maximum Length Se-

表6.1 M系列信号発生回路パラメータ

シフト・レジスタ長 (m)	タップ (n)	M系列長 $2^m - 1$
15	14	32767
17	14	131071
18	11	262143
20	17	1048575
21	19	2097151
22	21	4194303
23	18	8388607
25	22	33554431
28	25	268435455
29	27	536870911
31	28	2147483647
33	20	8589934591

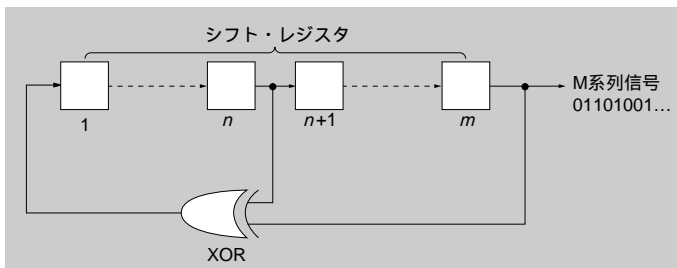


図6.1
M系列信号
発生回路



図6.2
M系列信号波形
(部分)
上段:
シフト・レジスタ長
29
下段:
シフト・レジスタ長
31

quence)は、2値(0/1 あるいは $-1/1$)の周期信号です。

M系列は周期信号、すなわち初期値がわかれば全系列が既知となりながら、1周期内では乱数として非常によい性質を持っています。この二重の性質ゆえに、通信・計測などの分野で興味深い応用例が多数あります。

M系列信号の発生回路は、図6.1に示すように、シフト・レジスタとXOR回路により構成した簡単なものです。シフト・レジスタ長およびタップ位置は、表6.1に示す値をとります。シフト・レジスタの初期値は、オール0でなければ任意の値でかまいません。

表6.1からわかるように、比較的短いシフト・レジスタ長で長大な周期のM系列信号を発生することが可能です(ただし表6.1はあくまでもパラメータの一例である。またXORをとる中間タップを複数設けた回路でもM系列を発生することが可能)。

ソフト的にも図6.1と等価な簡単な演算でM系列を発生することが可能です。図6.2にシフト・レジスタ長を29および31とした場合の波形を示します。EZ-KIT Lite用のM系列発生プログラムは付属CD-ROMに収録しています(D-Aから

M系列を出力する)。

参考までに付属CD-ROMにパソコンで動くM系列を用いたファイルの暗号化/復号化プログラムを収録しました。単に入力のビット列とM系列のXORをとるだけの処理です。このような処理には、

一般に用いられている合同乗算法によって生成した乱数を使ってもかまいません。しかしM系列を使うと非常に周期の長い疑似乱数列を容易に得ることができる、すなわち暗号化/復号化のキーの長さを簡単に大きくできるという利点があります。

なお図6.1の回路の出力は0と1の2値ですが、信号処理の分野では値0を-1に置き換えた-1と1の2値系列としてM系列を扱います。この記事でも今後はM系列を値-1と1の2値系列と仮定していますのでご注意ください。

M系列信号の性質

さてM系列の周波数特性(スペクトル)はどのようになるのでしょうか。

図6.3および図6.4に、それぞれM系列をフーリエ変換した振幅スペクトルと位相スペクトルを示します(周期に対してごく短い区間を取り出してフーリエ変換したもの)。

図からわかるように、M系列は(長時間平均すれば)フラットな幅広い周波数成分を持つと同時にランダムな位相特性を有しています。

次に自己相関を調べてみましょう。ここで関数 $f[n]$ の自己相関を次のように定義します。

$$(1) R[k] = \sum_n f[n] f[n+k]$$

相関をとるデータ長を周期よりも短くとすると、M系列 $M[n]$ の自己相関は、

$$(2) R[k] = \sum_n M[n] M[n+k] \approx \begin{cases} k & = 0 \\ \alpha & \neq 0 \end{cases} \quad k: \text{const}$$

のようになります(以降の式でもM系列信号 $M[n]$ の1周期よりも短い区間を取り出して相関演算をするものとする)。

すなわちM系列の自己相関はインパルスとなります。任意の系の特性はインパルスを入力したときの出力(インパルス・レスポンス)を測定すればすべてわかるわけですから、相関技法を用いた測定法

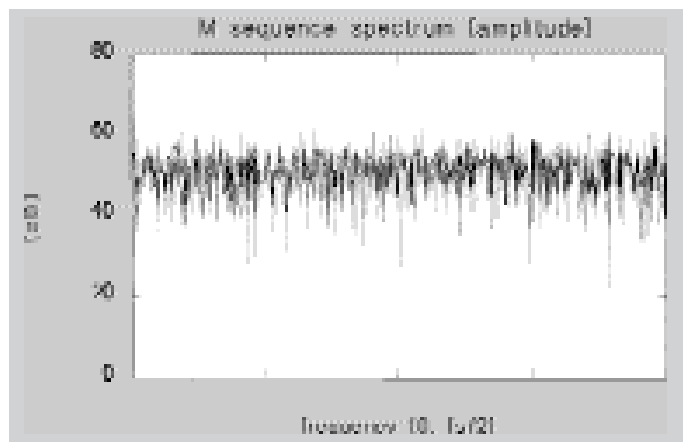


図6.3
M系列信号の
振幅スペクトル

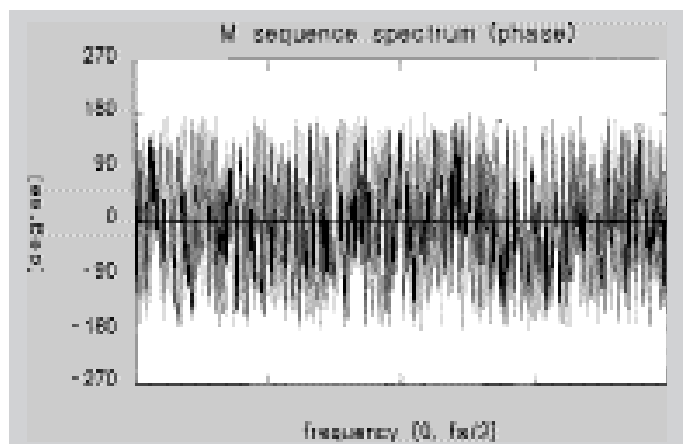


図6.4
M系列信号の
位相スペクトル

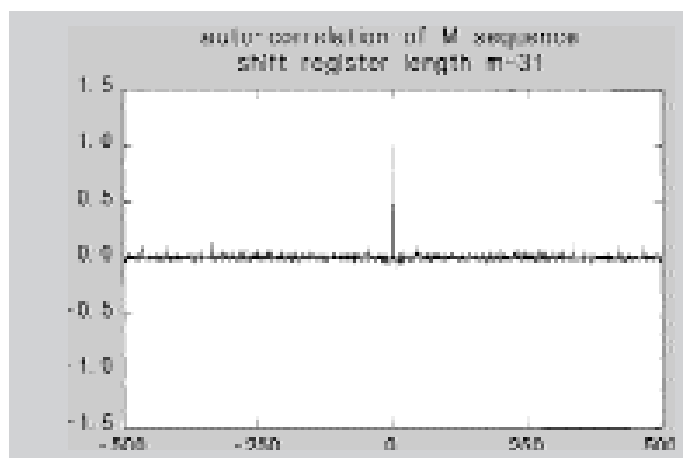


図6.5
M系列信号の
自己相関
(データ長2048)