

コンバージェンス(収束)テストの効用 — リアリティ・チェックの基礎知識(3) —

小暮裕明

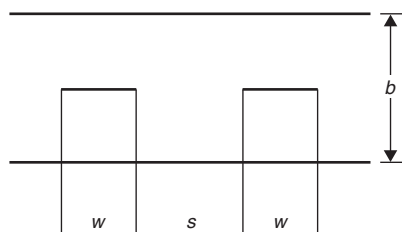
前回は電磁界解析ソフトの精度を調べる方法として、ベンチマーク・テストの手法を用いた具体的な事例を学びました。入力したモデルを十分チェックして自信をもって解析したのに、どうも納得いく結果が得られないということがしばしばあります。なにが気に入らないのかといえ、一つは実測値と合わない、また教科書にある理論値とは異なるということでしょう。前者の測定にからむ問題は、そもそもその測定自体の精度をどこまで保証できるのかという細かい問題がありますから、一筋縄ではいかないこともしばしばです。一方、後者の問題は、教科書の理論が無限大グラウンドを仮定しているというような前提を考慮したとしても、それらとはかけ離れた値が得られているのではないかという疑いです。今回は、離散化する数を増やしていったときに解析結果が収束(収れん)していく先を調べる、コンバージェンス(収束)テストについて解説します。どんなに優れた電磁界解析ソフトウェアを使っても、デジタル・コンピュータで解くかぎり、離散化による誤差からは逃れられません。ですから自分の使っているツールについて、「離散化がこのくらいのときはこの程度だ」という限界をつかんでおく必要があるのです。(筆者)

1 再びストリップライン・ベンチマーク

●線間をさらに離れたケース

図1は、前回(2001年4月号の連載第9回)用いた2本

$s = 3.0\text{mm}$
 $w = 1.0\text{mm}$
 $b = 1.0\text{mm}$
 $\epsilon_r = 1.0$



〔図1〕2本のストリップ線路の断面

のストリップ線路の線間の寸法 s を1.0mmから3.0mmに変えたモデル(断面)です。

図2は、図1の線路長を5.0mmにして、15.0GHzで計算した理論値です。前回と同様に、この線路の寸法をもとに解析した結果と、次の S パラメータの理論値を比べることで、解析の精度を評価できます。

$$S_{11} = -11.658 \text{ dB}, \quad S_{21} = -95.603 \text{ dB}$$

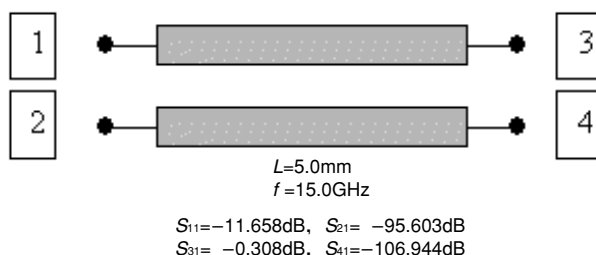
$$S_{31} = -0.308 \text{ dB}, \quad S_{41} = -106.944 \text{ dB}$$

前回と異なる点は、線間の寸法 $s = 3.0\text{mm}$ だけですが、3倍離れたことによって S_{21} は -100dB に近いわずかな値になります。図2のポート番号に注意すると、 S_{21} はバックワード・クロストークですが、フォワード・クロストークである S_{41} の値も -106dB 以下と、非常に小さな値です。

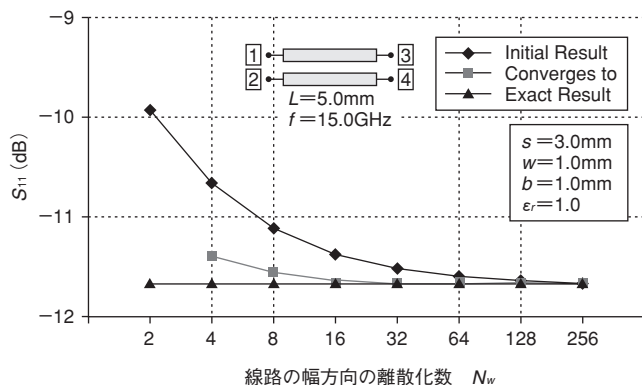
理論値がこれほど小さい値になると、解析の精度に問題がないのか心配になります。この付近の解析では、プログラムの数値計算上のノイズ(誤差)が問題になってきます。これをノイズ・フロアと呼んでいます。米国Sonnet Software社の電磁界解析ソフトウェア「Sonnet」の場合、 -120dB 付近に見られるようになってきます。

●再び外挿法で確かめる

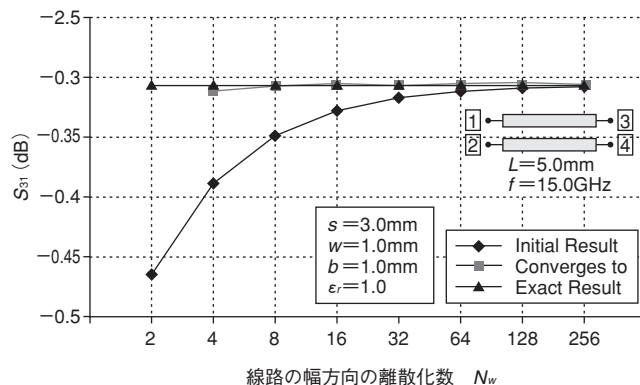
Sonnetの解析では、セル寸法が半分になると解析誤差も半分になるので、前回説明した外挿法(あるいは補外法)が使えます。



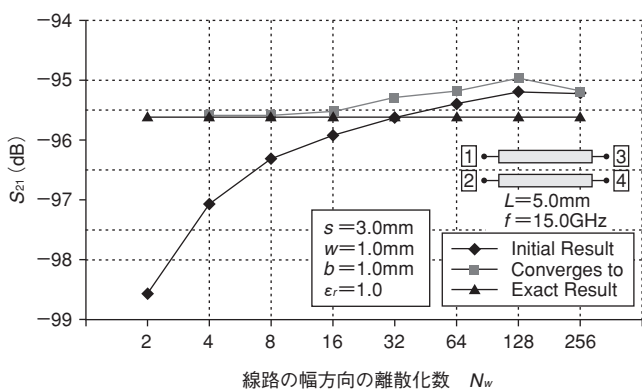
〔図2〕線路長を5.0mmにして、15.0GHzで計算した S パラメータの理論値



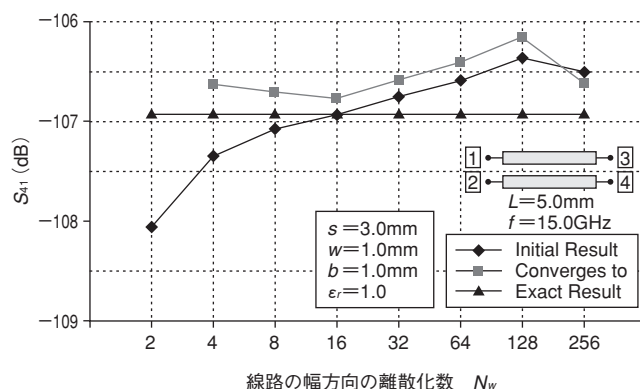
【図3】 S_{11} のプロットと外挿法による値



【図4】 S_{31} のプロットと外挿法による値



【図5】 S_{21} のプロットと外挿法による値



【図6】 S_{41} のプロットと外挿法による値

図3は、図1のモデルの S_{11} をプロットしたものです。 N_w は線路の幅方向にどれだけ離散化するかという数です。 $N_w = 2$ で S_{11} が約 -10 dBです。次は $N_w = 4$ で約 -10.7 dBというように、前回の結果のグラフとほぼ同じになっています。Richardsonの外挿法(補外法)による結果を図3の“Converges to”のカーブで示していますが、やはり前回とほぼ同じです。

図4は、 S_{31} をプロットしたのですが、こちらも $s = 1.0$ mmのときの結果とほとんど同じで問題ありません。

● S_{21} の結果

図5は S_{21} のプロットですが、バックワード・クロストークは -90 dBレベルです。 N_w が16以上では収束値を超えているので問題があるようです。誤差は約 0.5 dBですが、解析の結果はノイズ・フロア付近ですから、この誤差はありえることです。

Richardsonの外挿法の結果は厳密解(Exact Result)よりもわずかながら悪くなっています。また N_w が16以上

での解析結果(Initial Result)よりもやや悪いことに気づくでしょう。

Richardsonの外挿法は N_w が16以下では効果がありますが、このような結果は -90 dB以下あたりのものであることにも気をつけましょう。つまりこのあたりでは外挿法を100%信頼できないということです。 -90 dBレベルでの全結果の精度は、たかだか ± 0.5 dBと考えられます。

本例では、もし $N_w = 16$ のデータでやめていたら、この問題は見つからなかったということになります。

● S_{41} の結果

図6に S_{41} のプロットを示します。こんどは -100 dBレベルです。 N_w が8以上でRichardsonの外挿法では問題があります。解析結果(Initial Result)も N_w が16以上で発散を始めます。このデータは -100 dBレベルでは、結果がおおよそ ± 1 dBで信頼できることを示しています。

この例のように -100 dBレベルで数値ノイズが目立ってきます。Sonnetのノイズ・フロアは約 -120 dBとい