第1章

アナログ処理はディジタル処理に置き換えられる!

ディジタル信号処理の基礎とDSP これからの使い方

1-1 ディジタル信号処理とは何か?

■ ディジタル信号処理＝離散時間信号処理

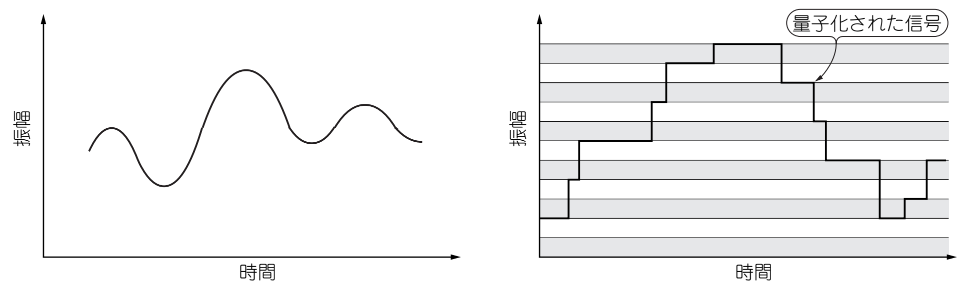
● ディジタルに関する誤った解釈

エンジニアの間では，日常的に「ディジタル」と「アナログ」という言葉が対比して使われていますが，本書で取り上げるディジタル信号処理の「ディジタル」は一般的な語義よりもかなり狭い意味で使っています．

アナログは値が連続的な信号，ディジタルは飛び飛びの値(離散的な値)をもった信号として，**図1-1**のように説明されることがありますが，ここで取り扱うディジタル信号処理の説明としては正しくありません．

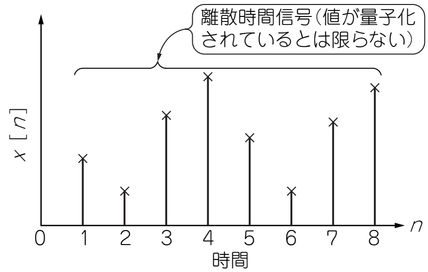
● ディジタル信号処理は離散時間信号を扱う

アナログ回路で処理するのは連続時間信号(continuous time signal)ですが，ディジタル信号処理

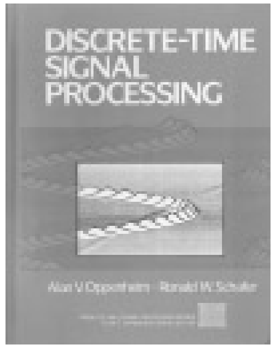


(a) アナログ信号（連続時間信号）　(b) 量子化したアナログ信号

〈図1-1〉アナログ信号のディジタル化に関する誤った説明



〈図1-2〉離散時間信号(ディジタル信号)の例



初版の書名は「Digital Signal Processing」だったが，改版により「Discrete-Time Signal Processing」に変えられた．
Discrete-Time Signal Processing(2nd Edition)▶Alan V. Oppenheim, Ronald W. Schafer, John R. Buck；B5判相当，870p.，Prentice Hall刊，価格US＄110，第2版1999年2月，ISBN0-13754920-2．

〈写真1-1〉OppenheimとSchaferによる定評のある教科書

で取り扱うのは，**図1-2**に示すような離散時間信号(discrete time signal)です．離散化されているのは信号の値ではなく時間軸です．**図1-2**の信号は，時間軸(変数n)上で離散的にしか定義されていません．

例えば，時刻$n=1$と時刻$n=2$の中間の$n=1.5$のときの信号の値は定義されていません．$n=1.5$のときの値が0なのではありません．

一口でいえば，ディジタル信号処理とは，離散時間信号を対象とする信号処理のことなのです．

● discrete time systemという言葉

最近は，誤解を与えやすい「ディジタル」，「アナログ」という単語の代わりに，連続時間システム(continuous time system)，離散時間システム(discrete time system)という言葉がよく使われています．

写真1-1に示すように英文の教科書では，ディジタル信号処理“digital signal processing”の代わりに離散時間信号処理“discrete time signal processing”を使用するのが主流です．

本書では，耳慣れたアナログやディジタルという言葉と，連続時間信号/離散時間信号という表記を特に区別せずに混ぜて使います．

■ 量子化はディジタル信号処理の本質ではない

現実世界の連続時間信号をDSPで処理するには，A-Dコンバータを使って信号のサンプリング(時間軸の離散化)を行います．図式的に示すと，**図1-1**(**a**)の連続時間信号を**図1-2**の離散時間信号に変換する処理です．

A-Dコンバータの分解能は有限ですから，サンプリングと同時に信号レベルの量子化(日常用語の意味での「ディジタル」化)も行われることになりますが，ディジタル信号処理の本質は量子化の有無にはかかわりがありません．

量子化と有限語長演算(固定小数点演算)にまつわる諸問題は，離散時間信号処理の理論体系の中の一部分にすぎないことに注意してください．本書で紹介するプログラムは，すべて浮動小数点演算なので，有限語長演算に関する話題は取り上げていません．

1-2 アナログ処理とディジタル処理の比較

■ 連続時間システムと離散時間システムの関係

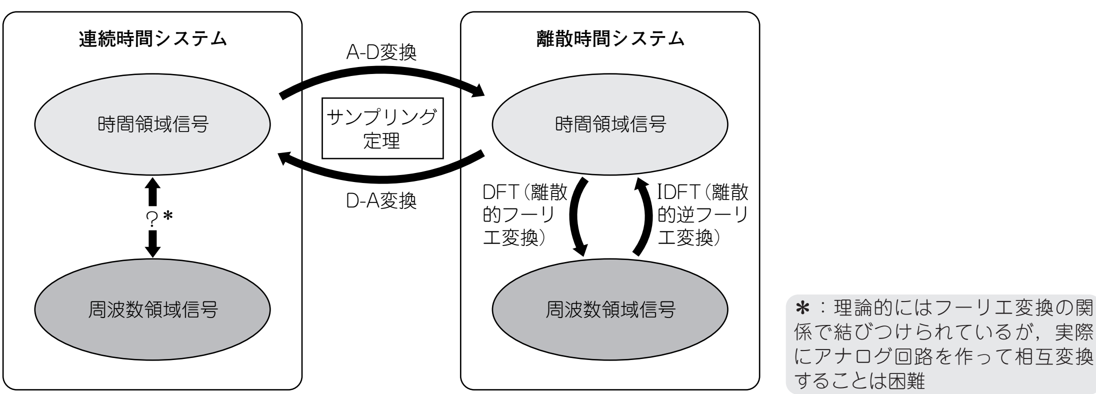
アナログ(連続時間システム)とディジタル(離散時間システム)との関連を表すと，**図1-3**のようになります．

● アナログとディジタルは相互に変換できる

時間領域のアナログ信号とディジタル信号はA-DコンバータとD-Aコンバータを使って相互に変換できます．ただし周知のとおり，正確な変換を行うためには，制約条件としてサンプリング定理を満たしていなければなりません．サンプリング定理とは「サンプリング周波数は信号の帯域幅の2倍以上でなければならない」というものです．

● 時間領域で行う演算を離散時間システムでも実現

信号のアナログとディジタルの相互変換が可能であるだけでなく，信号処理回路(演算)の相互変



〈**図1-3**〉**連続時間信号**(アナログ)**と離散時間信号**(ディジタル)**の関係**

換も可能です．時間領域の連続時間信号を対象としてアナログ回路で行うフィルタリング，変調，復調処理などに相当する演算は，離散時間システムでも実現することができます．

● **離散時間信号は周波数領域で処理できる**

図1-3の右に示すように，時間領域の離散時間信号は，フーリエ変換と逆フーリエ変換を使って周波数領域の信号に変換することができます．

つまり時間信号をフーリエ変換して周波数領域で処理し，その結果を元の時間領域に戻すことができます．

● **連続時間信号は周波数領域での処理はできない**

一方，連続時間信号の場合は，アナログ回路を使って正確なフーリエ変換と逆フーリエ変換を実現することが困難であるために，事実上，周波数領域での処理は不可能です．離散時間システムでは，連続時間システムではできない周波数領域におけるさまざまな処理をできることが大きな特徴です．

■ アナログ処理のディジタル化

ここでは実際に，アナログ回路で実現可能な処理と等価な処理を，離散時間システムで実現可能であることを簡単に紹介します．なお，以降の連続時間システムと離散時間システムの対比は，理論的に厳密ではないことをご了承ください．連続時間システムでの伝達関数を連続時間システムの伝達関数に変換する手法は複数あります．

まずは，アナログ回路のもっとも基本的な構成要素である微分回路，積分回路から考えていきましょう．

● **微分回路**

アナログのCR微分回路(**図1-4**)に相当する離散時間システムである単純な差分回路の例を，**図1-5**に示します．**図1-5**のような離散時間システムの処理フローを表すグラフのことを，シグナル・フロー・グラフと呼びます．

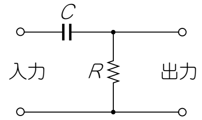
図1-5の離散時間システムの入力信号$x[n]$と出力信号$y[n]$の関係は，

$$y[n] = x[n] - x[n-1] \quad \cdots\cdots (1\text{-}1)$$

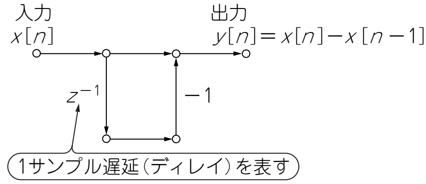
ただし，n：時間を表す引き数

となります．この単なる減算にすぎない単純な演算が，連続時間システムでの微分演算に相当することは，次のように考えれば理解できます．

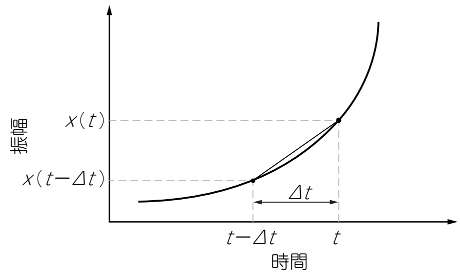
連続時間システムでの時間信号の微分は，次式と**図1-6**で定義されます．



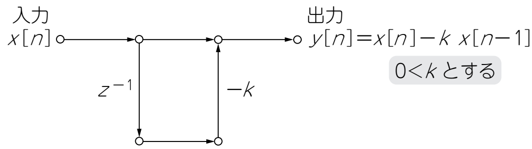
〈図1-4〉アナログの微分回路



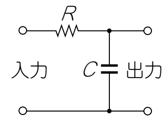
〈図1-5〉差分回路(離散時間システム)



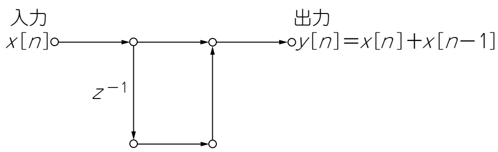
〈図1-6〉時間関数 $x(t)$ の微分の定義の図
（連続時間システム）



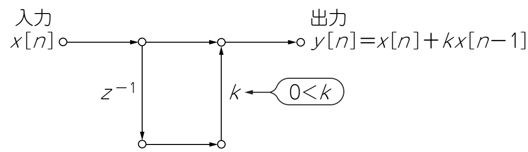
〈図1-7〉係数 k を含む差分回路



〈図1-8〉
アナログの積分回路



〈図1-9〉2タップ移動平均回路



〈図1-10〉係数 k を含む2タップ移動平均回路

$$y(t)=\left.\frac{x(t)-x(t-\Delta t)}{t-(t-\Delta t)}\right|_{\Delta t\to 0}=\left.\frac{x(t)-x(t-\Delta t)}{\Delta t}\right|_{\Delta t\to 0} \quad\cdots\cdots(1\text{-}2)$$

式(1-2)の変数を書き換えて離散時間システムに置き換えると次式のようになり，隣り合ったサンプルどうしの減算になることは明らかです．

$$y[n]=\frac{x[n]-x[n-1]}{n-(n-1)}=x[n]-x[n-1] \quad\cdots\cdots(1\text{-}3)$$

式(1-2)には極限の概念($\Delta t\to 0$)が含まれていますが，式(1-3)は極限を含まない減算，つまり差分演算になっていることに注目してください．極限を含まない差分のほうが直感的に理解が容易です．$x[n-1]$ は $x[n]$ を1サンプル遅らせた信号ですから，式(1-3)の処理が1サンプルの遅延を使って，直接，**図1-5**のように表されることも理解できるはずです．

微分回路をフィルタとして見ればHPFですから，**図1-5**の離散時間システムもハイパス特性をもつディジタル・フィルタになっています．アナログ微分回路では，回路定数を変えて時定数を変化させることができますが，**図1-6**の離散時間システムで特性を変えるには**図1-7**に示すように係数の値を－1以外の値に変えればよいのです．

● 積分回路

アナログの積分回路(**図1-8**)に相当する離散時間システムの一例を，**図1-9**に示します．このシステムの入力信号 $x[n]$ と出力信号 $y[n]$ には次の関係があります．

$$y[n]=x[n]+x[n-1] \quad\cdots\cdots(1\text{-}4)$$

このように，単純な移動平均演算で積分に相当する処理が可能です．これはローパス・ディジタル・フィルタになっています．定数を可変とした回路の一例は，**図1-10**のようになります．