

第6章

数値行列の演算

数値行列と数値ベクトルで表現される線形方程式は、あらゆる分野に現れます。そのため、線形方程式を解くための線形代数演算アルゴリズムが発展してきました。Scilabは、線形代数演算ライブラリとしてLAPACK^[15]やATLAS^[1]を採用しており、多くの線形代数演算が可能です。本章では、線形代数の基本を述べるとともに、Scilabが提供している線形代数関数を紹介します。なお、線形代数の数学的な詳細は、線形代数の成書を参照してください。

■ 6.1 スカラー倍

数値行列 $A = [a_{mn}]_{M \times N}$ と $B = [b_{mn}]_{M \times N}$ を考えます。 c をスカラーとすると $B = cA$ は、要素ごとに、
$$b_{mn} = ca_{mn}, \quad m = 1, \dots, M, \quad n = 1, \dots, N$$

と定義されます。

いま、

```
-->A=[1,2;3,4];
```

とします。Scilabでは、行列のスカラー倍は演算子「*」を用いて次のようにします。

```
-->2*A
ans =
  2.    4.
  6.    8.
```

■ 6.2 加減算

二つの行列のサイズが同じであるとき、それらの行列の加算を定義することができます。たとえば、 $C = [c_{mn}]_{M \times N}$ とすると、 $C = A + B$ は、

$$c_{mn} = a_{mn} + b_{mn}$$

で定義されます。同様に、行列の減算 $C = A - B$ は、

$$c_{mn} = a_{mn} - b_{mn}$$

となります。

Scilab でも、行列の加算は演算子「+」で定義されています。たとえば、

```
-->B=[5,6;7,8];
```

とすると、

```
-->C=A+B
C =
   6.    8.
  10.   12.
```

となります。なお、行列のサイズが異なるため加算できない場合は、

```
-->A+[1 2]
      !--error 8
inconsistent addition
```

と、エラー・メッセージが表示されます。

Scilab では、行列とスカラーの加算が、行列の各要素とスカラーの加算として定義されています。したがって、行列 A の要素に 1 を加算するには、

```
-->A+1
ans =
   2.    3.
   4.    5.
```

とします。

以上の行列の加算に関する事項は、演算子「+」を演算子「-」に変更する点を除き減算に関しても同様です。

6.3 乗算

行列 A の列数と行列 B の行数が等しいとき、行列 A, B の積 AB を定義することができます^{注6.1}。具体的には、 $M \times N$ の行列 A と $N \times L$ の行列 B を乗算して得られる行列 $C = AB$ は、 (m, l) 要素が以下で与えられる $M \times L$ 行列となります。

$$c_{ml} = \sum_{n=1}^N a_{mn} b_{nl}$$

Scilab では、行列 A と行列 B が乗算可能であるとき、演算子「*」を用いて次のように乗算を計算します。

```
-->C=A*B
C =
  19.    22.
  43.    50.
```

乗算できない場合は、

```
-->A*[1 2]
      !--error 10
      inconsistent multiplication
```

と、エラー・メッセージが表示されます。

6.4 トレース

行列の対角成分の和をトレースといいます。 $M \geq N$ のとき、行列 $A = [a_{mn}]_{M \times N}$ のトレースは、

$$\text{trace}(A) = \sum_{n=1}^N a_{nn}$$

となります。

Scilab では、行列のトレースを関数 `trace` で求めることができます。

```
-->trace(A)
ans =
  5.
```

注6.1 : 1. AB が定義できても、 BA が定義できるとは限らない。

2. 一般に、 $AB \neq BA$ となる。つまり、乗算は可換ではない。