前回は、バターワース型ローパス・フィルタをOPアンプで回路化する例とIIR型ローパス・フィルタを回路化するためのアルゴリズムを解説しました。今回は、バターワース型ハイパス・フィルタをOPアンプで回路化する例を解説します。とくに、ハイパス・フィルタの回路図の素子値を求めるための計算式は前回までには説明していないあたらしい項目なので、ぜひ、その使い方をマスタしてほしいと思います。また、ハイパス・フィルタにおけるデジタル・フィルタへの変換アルゴリズムについてもふれます。

1. ハイパス・フィルタの利用

ハイパス・フィルタは、図1で示すように、通過域端周波数よりも高い周波数成分の信号を通過させるフィルタのことをいいます。

フィルタは、ノイズなどの不要な信号を取り除き、本来の信号が正確に伝達されるようにすることに使われています。たとえば、オーディオ分野では次のように応用されています。オーディオ帯域は、一般に、20Hz～20kHzとされています。マイク入力に20Hz以下の信号が混じるとスピーカ出力音に低域ひずみが生じます。そこでハイパス・フィルタを使い、

【図1】ハイパス・フィルタの設計に必要なパラメータ

このようなオーディオ帯域の低域ひずみをカットします。

2. バターワース型ハイパス・フィルタの特性

バターワース型フィルタは、通過域の減衰特性が平坦で減衰が緩やかな曲線を描くフィルタです。減衰域の傾斜は、次数 n によって決まり、 $-6 \times n$ dB/oct となります。減衰量が3dBとなる点を通過域端周波数(カットオフ周波数)といいます。

阻止域端周波数での減衰量を阻止域端減衰量といいます。阻止域端周波数は、阻止域端減衰領域での適当な周波数をあらかじめ設定しておきます。各周波数帯域と周波数特性の関係は図1に示すとおりです。

バターワース型ハイパス・フィルタの特性の算出式は、ローパス・フィルタの特性とまったく同じ式になります。ただし、通過域端周波数は、阻止域端周波数より高く設定しなければならないので注意が必要です。次数、周波数特性を算出する式は、公式1、公式2のとおりです。

公式1

バターワース型フィルタ特性を満足するために必要な次数

$$N = \frac{\log \left[(10^{\alpha_{\max}/10} - 1) / (10^{\alpha_{\min}/10} - 1) \right]}{2 \log \left(\frac{\omega_0}{\omega_s} \right)}$$

通過域端周波数: f_0 (Hz)

$$\omega_0 = 2 \pi f_0$$

阻止域端周波数: f_s (Hz)

$$\omega_s = 2 \pi f_s$$

通過域端減衰量: $\alpha_{\min}$ (dB)

バターワース・フィルタ
の場合は 3 (dB)

阻止域端減衰量: $\alpha_{\max}$ (dB)

公式2

バターワース特性の伝達関数を求める式

N が奇数のとき、

$$H(s) = \frac{H}{(s + a_0) \prod_{n=1}^{(N-1)/2} (s^2 + b_{2n}s + c_{2n})}$$

N が偶数のとき

$$H(s) = \frac{H}{\prod_{n=1}^{N/2} (s^2 + b_{2n-1}s + c_{2n-1})}$$

ここで

$$\begin{cases} a_0 = 1 \\ b_m = 2a_0 \cos\left(\frac{m\pi}{2N}\right) \\ c_m = a_0^2 = 1 \end{cases}$$

ただし m は $2n$ または $2n-1$

3. ハイパス・フィルタの回路

OP アンプを使ったハイパス・フィルタの回路でよく使われるものは、

- ① 負帰還型の多重帰還型
- ② 正帰還型で任意の利得がある VCVS 型 ($H > 1$)
- ③ 正帰還型で利得が 1 の VCVS 型 ($H = 1$)

の 3 種類です。各フィルタの回路図と素子値を求めるための式は図 2～4 にまとめて示します。これらのフィルタを組み合わせることによって、次の例題に示すようなハイパス・フ

(a) 回路図

(b) 伝達関数

$$H(s) = \frac{V_2}{V_1} = \frac{-\frac{C_1}{C_2} s^2}{s^2 + \frac{(C_1 + C_2 + C_3)}{C_3 R_2 C_2 R_1} R_1 s + \frac{1}{C_3 R_2 C_2 R_1}} \quad \dots (2-1)$$

(c) 素子値の求め方

$$\begin{aligned} C_2 = C_3 = C \text{ とすると } C_1 &= HC \quad \dots (2-2) \\ \omega_o^2 &= \frac{1}{C^2 R_1 R_2} \quad \dots (2-3) \\ \frac{\omega_o}{Q} &= \frac{H+2}{C R_2} \quad \dots (2-4) \end{aligned}$$

Q : 特性より求めた値
 H : 増幅率
 ω_o : カットオフ周波数を f_o としたとき $\omega_o = 2\pi f_o$

$$\begin{aligned} C_2 = C_3 = C \quad \dots (2-5) \\ C_1 = HC \quad \dots (2-6) \\ R_2 = \frac{H+2}{C} \cdot \frac{Q}{\omega_o} \quad \dots (2-7) \\ R_1 = \frac{1}{C^2 R_2 \omega_o^2} \quad \dots (2-8) \end{aligned}$$

C を固定エレメントとして R_1, R_2, C_1, C_2, C_3 を求める。

〔図 2〕 多重帰還型ハイパス・フィルタ

(a) 回路図

(b) 伝達関数

$$H(s) = \frac{Hs^2}{s^2 + \left[\frac{1}{R_2 C_1} + \frac{1}{R_2 C_2} + (1-H) \frac{1}{R_1 C_1} \right] s + \frac{1}{R_1 R_2 C_1 C_2}} \quad \dots (3-1)$$

また、
 $H = \frac{R_3 + R_4}{R_3} \quad \dots (3-2)$

(c) 素子値の求め方

$$R_1 = R_2 = R, \quad C_1 = C_2 = C$$

とすると

$$\omega_o^2 = \frac{1}{R^2 C^2} \quad \dots (3-3)$$

$$\frac{\omega_o}{Q} = \frac{3-H}{RC} \quad \dots (3-4)$$

Q : 特性より求めた値
 H : 増幅率
 ω_o : カットオフ周波数を f_o としたとき $\omega_o = 2\pi f_o$

(3-2), (3-3) 式より

$$R_1 = R_2 = R \quad \dots (3-5) \quad C_1 = C_2 = C \quad \dots (3-6)$$

$$C = \frac{1}{\omega_o R} \quad \dots (3-7) \quad H = \left(3 - \frac{1}{Q}\right) \quad \dots (3-8)$$

$$R_3 = \frac{R_4}{H-1} \quad \dots (3-9)$$

$R_1 = R_2 = R$ と R_3 を固定エレメントとして $R_1, R_2, C_1, C_2, H, R_3, R_4$ の値を求める。

〔図 3〕 VCVS 型 ($H > 1$) ハイパス・フィルタ

(a) 回路図

(b) 伝達関数

$$H(s) = \frac{s^2}{s^2 + \left[\frac{1}{R_2 C_1} + \frac{1}{R_2 C_2} \right] s + \frac{1}{R_1 R_2 C_1 C_2}} \quad \dots (4-1)$$

(c) 素子値の求め方

$$C_1 = C_2 = C \text{ とすると}$$

$$\omega_o^2 = \frac{1}{R_1 R_2 C^2} \quad \dots (4-2)$$

$$\frac{\omega_o}{Q} = \frac{2}{R_2 C} \quad \dots (4-3)$$

Q : 特性より求めた値
 ω_o : カットオフ周波数を f_o としたとき $\omega_o = 2\pi f_o$

(4-2), (4-3) 式より

$$C_1 = C_2 = C \quad \dots (4-4)$$

$$R_2 = \frac{2}{C} \cdot \frac{Q}{\omega_o} \quad \dots (4-5)$$

$$R_1 = \frac{1}{2\omega_o C Q} \quad \dots (4-6)$$

C を固定エレメントとして R_1, R_2, C_1, C_2 を求める。

〔図 4〕 VCVS 型 ($H = 1$) ハイパス・フィルタ