

もう一度学ぶ電磁気学の世界



第6回 空間を流れる？変位電流

小暮裕明



前回まででマクスウェルの方程式が出そろいました。マクスウェルが130年前に考えていたことが、ようやくわかってきました。それまでに知られていたあらゆる電磁気的な現象をこの方程式にまとめたというのですから、先に発見されたさまざまな法則は、すべてマクスウェルの方程式から説明できることになります。つまりいくつかの式さえ覚えれば、忘れてしまった法則も導き出せるということです。これは、暗記が苦手な筆者にとっては朗報でした。例えば「クーロンの法則」などは、簡単に導き出せます。さらに今回は、マクスウェルの方程式のおまけ(?)としてよく使われる構成関係式も仲間に入れます。

(筆者)

$\text{rot} E = -\frac{\partial B}{\partial t}$ $\text{rot} H = J + \frac{\partial D}{\partial t}$ $\text{div} B = 0$ $\text{div} D = \rho$	または	$\nabla \times E = -\frac{\partial B}{\partial t}$ $\nabla \times H = J + \frac{\partial D}{\partial t}$ $\nabla \cdot B = 0$ $\nabla \cdot D = \rho$	<p>(ファラデーの法則)</p> <p>(アンペアの法則とマクスウェルの変位電流項)</p> <p>(単極磁荷の否定法則)</p> <p>(クーロンの法則)</p>
---	-----	---	---

図1 マクスウェルの方程式のベクトル表記

- 磁界(磁場)の変化は電流を発生させる(ファラデーの法則)
- 電流は磁界(磁場)を発生させる
(アンペアの法則とマクスウェルの変位電流項)
- 単一の磁極はない(単極磁荷の否定法則)
- 違う種類の電荷は引き合い、同じ種類の電荷は反発し合う
(クーロンの法則)

図2 数式によらないマクスウェルの方程式の説明

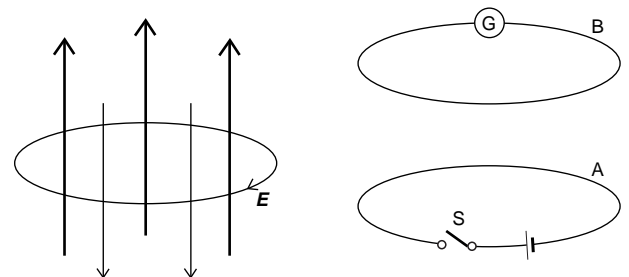
図1の意味を、数式を使わないで説明したもの。

1. マクスウェルの変位電流

● マクスウェルの方程式の意味を理解する

マクスウェルの方程式は、図1のようにまとめられました(本誌2004年9月号, pp.120-124の連載第5回を参照)。これらの式をまったく使わずに文章だけで説明すると、図2のようになります。すべての電磁気的な現象はマクスウェルの方程式から説明できるわけですから、たとえ式は忘れてもその意味さえ理解しておけば、さまざまな問題解決に役立つはずで

す。ニュートンの法則を知らない機械技術者はまずいないと思います。電気技術者にとって、マクスウェルの方程式はこれに匹敵するもっとも重要な法則といえるでしょう。どうやらオームの法則やキルヒホッフ則の段階から、大きく飛躍する 때가来たようです。



(a) 磁束が増加すると、Eの向きに起電力が生じる

(b) ファラデーが実験に用いた回路を簡略化したもの

図3 磁束の変化による起電力

ファラデーは「電流から磁気を作れる(エルステッドやアンペア)」のであれば、逆に「磁気から電流が作れるのではないかと考えた。磁束が増加するとEの向きに起電力が生じ、この起電力によって電流が流れたとすると、磁束が『できる』。ファラデーは、(b)のような回路で実験を行った。スイッチをONにしてAに電流を流すと、その瞬間、Bの回路の検流計Gが振れるが、しばらくするとGの振れはなくなる。次にスイッチをOFFにすると、瞬間だけGが振れるが、電流の向きはONのときと逆である。

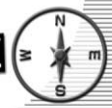


写真1
13.56MHz用RFID
タグ
トッパン・フォームズ
提供。



(1)ファラデーの法則

ファラデーは「磁界の変化は電流を発生させる」ことを発見しました(図3)。また、彼は1次コイルと2次コイルを使い、「一つの回路に電磁誘導によって生ずる起電力は、この回路に鎖交する磁束数の減少する割合に比例する」というファラデーの法則(本誌2004年5月号, pp.131-138の連載第3回を参照)をまとめあげました^{注1}。

B/\dot{t} は、微小時間における磁束密度 B の変化量を表します。 $\times E$ または $\text{rot } E$ は、電界ベクトル場 E の「回転」と呼ばれるとおり、この値がゼロでなければ回転のある渦のような流れを表し、図3をイメージできます。

電磁誘導は電化生活に欠くことのできない発電の原理にも利用されていますが、身近な事例としては、13.56MHzや2.45GHzの電磁波を利用するRFIDタグがあります(写真1, 図4)。

(2)アンペアの法則とマクスウェルの変位電流項

エルステッドやアンペアは「電流から磁気が作れる」ことを発見しました(連載第3回)。電磁気量が時間的に変化しない、つまり定常電流が流れているときには、 $\times H = J$ が成り立ちます。しかし、急速に変化する現象、つまり高周波の世界では、

$$\times H = J + \frac{\partial D}{\partial t}$$

という関係が成り立ちます。

ここで D/\dot{t} の項が、マクスウェルのオリジナルである「変位電流項」です(詳しくは次項)。

(3)単極磁荷の否定法則

今のところ、単一の磁極は存在しないというのが定説になっています。しかし、素粒子を扱うミクロ的な電磁気学では、1934年にディラックによって予言されていますから、今後、単一の磁極が観測される可能性は否定できません(連載第5回)。

磁束密度ベクトル B について $\nabla \cdot B = 0$ の物理的な意味は、湧き出し口でも吸い込み口でもないということですか

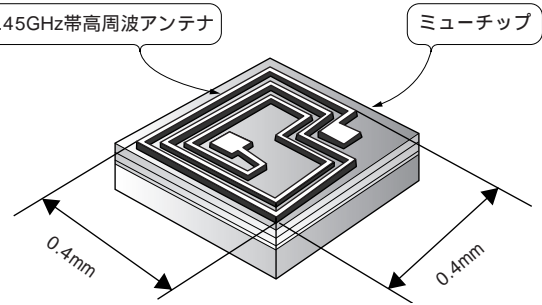


図4 2.45GHz用RFIDタグ
アンテナ内蔵型「ミューチップ」の外観を示す。

$$\nabla \times \mathbf{H} = \mathbf{J} + \dot{\mathbf{D}} \quad (\text{Equation of True Currents})$$

C = K + D をドイツ字体で表記

図5 ドイツ字体による変位電流項の入った式
Dが変位電流(displacement current)を示している。

ら、単一の磁極は存在しないということを表現していることがわかります。

(4)クーロンの法則

「違う種類の電荷は引き合い、同じ種類の電荷は反発し合う」というのがクーロンの法則です。こんどは電束密度ベクトル D が、 $\nabla \cdot D = 0$ ではなく、電荷密度 という値を持っています。空間に電荷が存在する場合、正の電荷は湧き出し口、負の電荷は吸い込み口と考えられます。

● 変位電流とは

ここでマクスウェルの業績として名高い「変位電流」について学びましょう。図5はドイツ字体による彼のオリジナルの表現です。Dが変位電流(displacement current)を示しています。

図6は平行平板コンデンサです。交流電流が流れている導線部は、導線の金属導体中の電子が移動して電流が流れ、その周りにはループ状の磁界が発生します。極板の間は空間ですから電子の移動はなく、電流は流れません。そうなるとう磁界がコンデンサの部分だけとぎれていることになるのですが、それは不自然です。そこでマクスウェルは、極板間の変動している電界の周りにも、電流と同じように磁界が発生するとしたのです。

注1: ファラデーが電磁誘導の実験に用いたコイルは、ロンドンのThe Royal Institution of Great Britain(王立協会のファラデー博物館)に展示されている(<http://www.rigb.org/rimain/heritage/faradaypage.jsp#>)。