

第3章

大規模FEMに適した
ICCG法によるソルバー

本章では、大規模FEMに適したICCG(Incomplete Cholesky Conjugate Gradient)法について計算式とプログラムを説明します。

FEM方程式の基本的解法としては、バンドマトリックス計算法があります。バンドマトリックス計算法はガウス(Gauss)の消去法を用いており、計算時間が節点変数の約3乗で増加します。したがって、節点変数の多い大規模構造の解析の場合、計算時間が膨大になるためバンドマトリックス計算法は実用困難となります。

他方、ICCG法の計算時間は、節点変数の約1.5乗以下の増加にとどまります。したがって、節点変数の多い大規模構造でも、計算時間が急増することがないので、ICCG法を実用できます。

3.1 ICCG法の計算式^(B16)

ICCG法は前処理付き共役勾配法の1種で、対称行列に適用することができます。ここで、共役勾配法とは最適化の勾配法を連立方程式解法に用いたもので、繰り返し計算で収束させて方程式を解きます。

共役勾配法に前処理を追加することにより、収束性を向上させて実用化しています。前処理の方法は種々ありますが、ICCG法は後述の不完全コレスキー分解を利用します。以下にICCG法の計算式を記述します。

まず、有限要素法の行列方程式を次式で定義します。

$$\mathbf{Ax} = \mathbf{b} \quad \dots\dots\dots (3.1)$$

ただし、 \mathbf{A} ：対称正定値行列^{注3.1}。(1.14)式または(1.19)式の左辺の行列に相当する。また、要素を a_{ij} とする。

\mathbf{x} ：解ベクトル。(1.14)式または(1.19)式の左辺の $\{\mathbf{T}\}$ に相当する。

\mathbf{b} ：右辺ベクトル。(1.14)式または(1.19)式の右辺に相当する。

注3.1：正定値行列とは、ゼロベクトル以外のいかなるベクトル \mathbf{v} に対しても、2次形式 $\mathbf{v}^T \mathbf{A} \mathbf{v} > 0$ になる行列。上付きの T は転置を意味する。

第5章

3次元自動メッシュの基本仕様

5.1 全体の手順

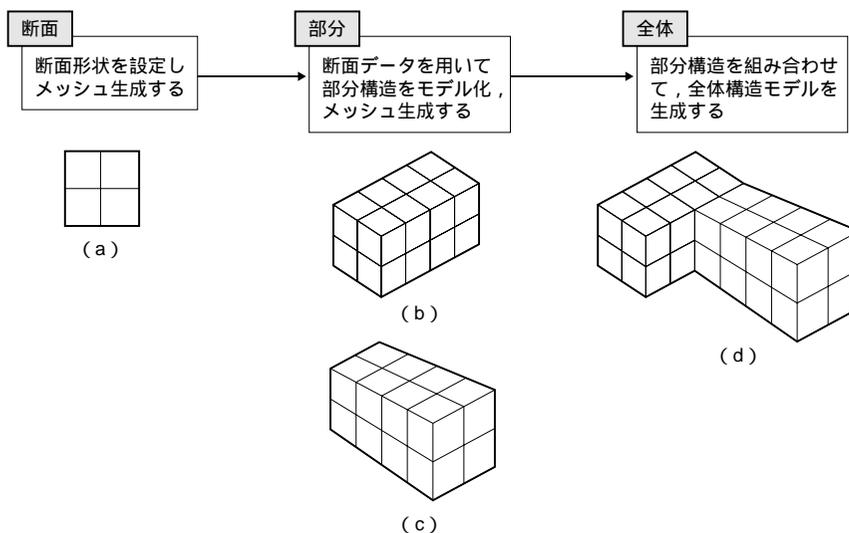
最初に、本書のプログラムにおける自動メッシュの概要を説明します。

3次元構造では、構造のモデル化と自動メッシュを同時に考えてデータを作成します。

本書のプログラムでは、直接3次元のメッシュ生成を行うのではなく、先に2次元断面のメッシュ生成を行い、次にその断面データを用いて3次元構造のモデル化とメッシュ生成を行います。

図5.1に自動メッシュの全体手順を示します。同図で、まず (a) で断面の自動メッシュを行い、次に (b) で断面データを利用し部分構造の自動メッシュを行います。そして、必要な個数だけ (c) で部分構造モデルを作成し、最後に (d) でそれらの部分構造を組み合わせて全体構造モデルを作成します。

図 5.1 自動メッシュの全体手順



第 6 章

2次元断面 自動メッシュ方法の詳細

第5章で説明した3次元自動メッシュの概要のとおり，本書のプログラムでは2次元断面の自動メッシュがベースとなります．そこで，本章では「FEM断面データ作成プログラム」における2次元の自動メッシュ方法をその手順に沿って解説します．

断面の自動メッシュでは，図5.3のようにXYメッシュと放射メッシュの2種類があります．ここでは一般的なXYメッシュについて解説し，あとで放射メッシュについて補足説明します．以下では，特に断わらない限りXYメッシュとします．

6.1 2次元形状の元データ作成

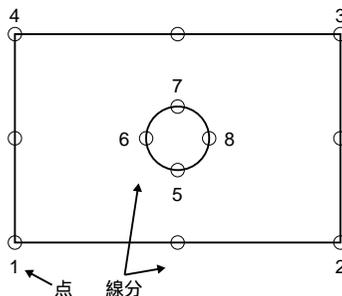
自動メッシュを行う前に，構造形状の元データを作成しておく必要があります．この元データとは，対象構造の形状を規定するデータのことです．なお，図5.3に示したように，座標軸の向きは， X 軸が右方向， Y 軸が上方向となる一般座標系です．

対象構造の形状は，外形と穴によって規定され，元データはそれらを構成する各線分によって表します．

本書のプログラムでは，各線分は直線線分，円弧線分の2種類を使用します．また，円弧線分は半円以下に限定しており，それ以上の円弧や全円は，2つの円弧線分に分割します．直線線分は両端の2点で，円弧線分は片方の端点，中間点，他方の端点の計3点で定義します．ただし，円弧の中間点の目的は，円弧の存在する側を示すことなので，中央点でなくても構いません．

具体例として，図6.1に示す簡単な形状で説明します．同図では外形が長方形になっており，

図 6.1
線分による形状定義例



第7章

3次元モデル化とメッシュ生成

第6章で2次元断面の自動メッシュ方法を解説しました。その2次元断面のメッシュデータを用いて、「3次元熱伝導解析プログラム」により3次元構造のモデル化とメッシュ生成を行います。

本書のプログラムでは、3次元構造の自動メッシュは柱状体と軸回転体の2種類が可能です。本章では、それらのメッシュ生成について解説します。また、それらの部分構造の合成についても説明します。

なお、構造モデルの平行移動や回転移動や平行移動については、第9章を参照してください。

7.1 柱状体の自動メッシュ

柱状体は、2つの端面の間を柱のように連結した構造体です。両端面は平行でも非平行でも構いません。また、両端面の間は直線接続と曲線接続の2種類が可能です。

ただし、両端面の2次元メッシュは、要素数、節点数が同一で、かつ両端面の同じ要素番号、節点番号どうしが対応していなければなりません(節点座標は異なってもよい)。

7.1.1 各種柱状体のメッシュ生成

図7.1～図7.5に各種柱状体のメッシュ生成の説明図を示します。

まず図7.1は両端面が同一かつ平行で直線接続の柱状体です。同図のように、両端面間をメッシュ数 M で等分し、等分された位置の各メッシュ面に端面と同じ断面を設定します。そして、隣どうしのメッシュ面間で同一番号の四角形要素どうしを結んで六面体要素を生成します。本例では、端面は4つの四角形要素に分割されているので、柱状体構造全体の六面体要素の数は $4M$ 個となります。

本図の左端面において、断面の座標系の X, Y 軸をそれぞれ X_b, Y_b 軸で表しています。そして、断面の基準位置 P を局所座標 (X_c, Y_c) で与えます。この局所座標による基準位置の設定は、局所座標系の原点以外の点でも基準位置にできるようにするためです。右端面は左端面と同一なので、その基準位置 Q の局所座標は左端面の基準位置 P と同じです。さらに、両端面の基準位置 P, Q について、全体座標系での位置をそれぞれ $(X_L, Y_L, Z_L), (X_R, Y_R, Z_R)$ で与えます。

なお、本図では省略していますが、局所座標の X_b 軸と Y_b 軸の全体座標に対する方向余弦も設定します。この方向余弦は、両端面を自由に傾けて設定できるようにするものです。方向余弦の

第 15 章

FEM 断面データ 作成プログラム 「SectData」

2次元および3次元FEM(有限要素法)解析に使用する断面データ作成プログラム「SectData」を収録しました。

「SectData」は、2次元平面としての断面を、四角形8節点要素に分割したデータとして生成するものです。また、断面の外形形状を与えることにより自動メッシュ生成を行うことができます。

15.1 有限要素と自動メッシュ

ここでは、2次元平面としての断面に使用する有限要素と自動メッシュについて説明します。

3次元FEMでは、断面メッシュのデータを利用し、六面体20節点要素から成る3次元の部分構造モデルを生成させます。その詳細は第16章を参照してください。

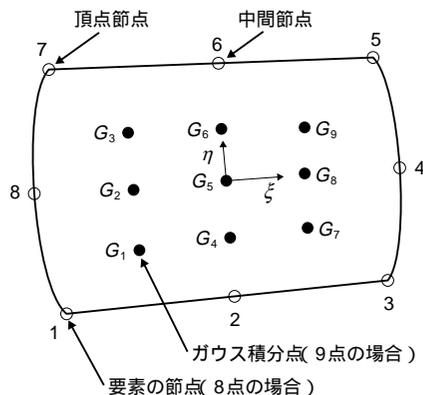
なお、読者の便のため、第5章と重複する部分も再度掲載します。

15.1.1 使用要素

「SectData」では、図15.1に示す四角形8節点のアイソパラメトリック要素を使用します。同図で、節点2, 4, 6, 8は各辺の midpoint にあり、中間節点と呼ばれます。各辺は直線でも曲線(円弧)でも構いません。

なお、同図に示したガウス積分点は解析計算で使用するものですが、「SectData」では積分面

図 15.1
四角形 8 節点要素



第 16 章

3次元熱伝導 解析プログラム 「Therm3D」

汎用的な3次元熱伝導解析プログラム「Therm3D」を収録しました。「Therm3D」は、有限要素法により3次元構造の熱伝導問題を解くものです。入力データの作成では部分構造の自動メッシュが可能です。断面メッシュのデータは、第15章で説明したFEM断面データ作成プログラム「SectData」によって作成したデータファイルを使用します。

また、非定常解析の初期温度データとして、実施済みの結果データファイルを利用することもできます。なお、「Therm3D」のFEM方程式計算では、大規模構造に対応できる高速ソルバー^{注16.1}を組み込んでいます。

16.1 有限要素と自動メッシュ

ここでは、3次元構造に使用する有限要素と自動メッシュについて説明します。読者の便のため、第1章および第5章と重複する部分も再度掲載します。

16.1.1 使用要素

「Therm3D」では、16.1に示す六面体20節点のアイソパラメトリック要素を使用します。本要素の説明は第1章を参照してください。

16.1.2 自動メッシュ方法

3次元構造では、構造のモデル化と自動メッシュを同時に考えてデータを作成します。「Therm3D」では、直接3次元のメッシュ生成を行うのではなく、先に別途「SectData」により2次元断面のメッシュ生成を行い、次にその断面データを用いて3次元構造のモデル化とメッシュ生成を行います。

16.2に自動メッシュの全体手順を示します。同図の と の処理を「Therm3D」で行います。また、16.1に断面の種類と自動メッシュ方法、16.3に部分構造の種類を示します。これらの説明は、第5章を参照してください。

注16.1：ICCG (Incomplete Cholesky Conjugate Gradient) 法による。

図 16.1
六面体 20 節点のアイソパ
ラメトリック要素

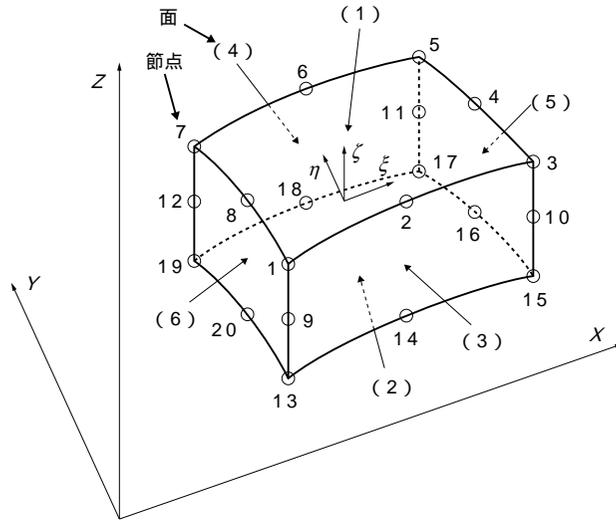


図 16.2 自動メッシュの全体手順

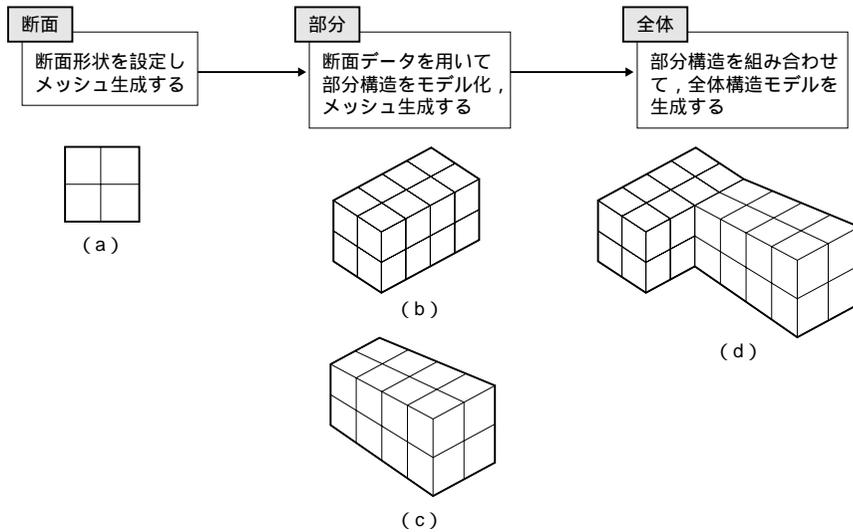


表 16.1
断面の種類と自動
メッシュ方法

断面の種類	内 容	自動メッシュ方法	
		XY メッシュ	放射メッシュ
全断面	断面全体を示し、適用する部分構造は柱状体である		(全周形状)
半断面	断面座標 Y 軸から右側だけの断面を示し、適用する部分構造は軸回転体である		x

注) : 対応 x : 不可