

このPDFは、CQ出版社発売の「実用マイクロ波技術講座-理論と実際-第1巻」の一部分の見本です。内容・購入方法などにつきましては是非以下のホームページをご覧ください。
<http://www.cqpub.co.jp/hanbai/books/79/79711.htm>

一般基礎 11

面対称構造における偶モードと奇モード

面対称構造とは

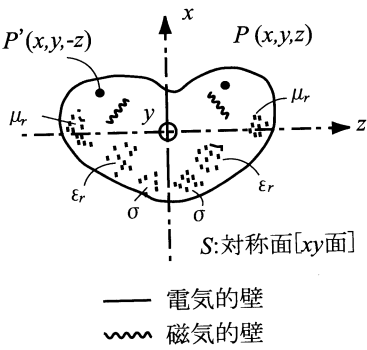
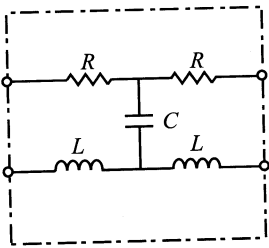


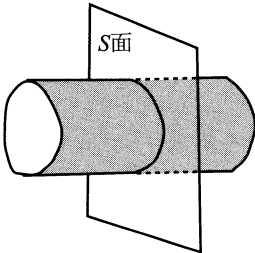
図 1 面対称構造を示す図

図 1 に示すように z 軸に垂直な xy 面に対して対称的な構造を持ち、互いに対称位置の媒質の定数 ($\sigma, \epsilon_r, \mu_r$) が相等しいものをいう。ここで対称位置とは図 1 の $P(x, y, z)$ と $P'(x, y, -z)$ とをいう。

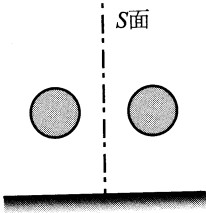
図 1 において $z = 0$ にある xy 平面のことを対称面と呼びこれを S で示すと、図 1 の構造は S 面に対して面対称構造であると呼ぶ。具体例を示すと図 2 のようなものがある。



(a) 集中定数対称回路



(b) 導波路



(c) 平行結合2線路

図 2 面対称構造の実例

面対称構造における電磁界は偶モードと奇モードの合成で表せる。

いま図 3(a) のように S を磁氣的壁として $z > 0$ で $\mathbf{J}_e$ の電流源と $\mathbf{V}_e$ の電圧源で励振したとき、電界 $\mathbf{E}$ および磁界 $\mathbf{H}$ が実線矢印および点線矢印のように存在したとする。この $\mathbf{E}$ および $\mathbf{H}$ はマクスウェルの方程式を満たさねばならないので、同図 ④ にアンペアの法則 ⑤ にファラデーの法則に属するものを示した。ここでマクスウェルの方程式の $\nabla \times \mathbf{A}$ ($\mathbf{A} = \mathbf{E}, \mathbf{H}$) は一般基

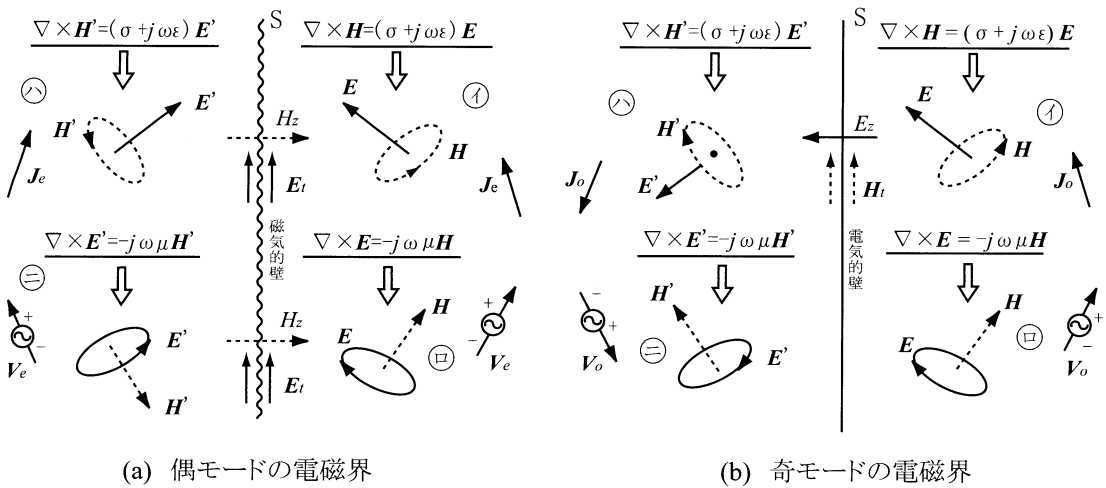


図 3

面対称構造における偶モード (a) 及び奇モード (b) の電界・磁界の相対関係

礎 1 の図 6 に示したように $\nabla \times \mathbf{A} = \lim_{\Delta S \rightarrow 0} \frac{\oint \mathbf{A} \cdot d\ell}{\Delta S}$ であることを用いて図 3(a) 内に示した。次に S を同じく磁氣的壁にして $z < 0$ に $\mathbf{J}_e$ および $\mathbf{V}_e$ の電源で $z > 0$ と対称の位置で同図のように励振すると、構造の対称性から同図 ① および ② のようになる。この理由は次のように考えればよい。すなわち同図 ①、② の電界 $\mathbf{E}$ に垂直な面は等電位面（金属板を含む）であるから $z < 0$ のほうの構造の対称性から等電位面も対称に配さなければならず、また $\mathbf{J}_e$ と $\mathbf{V}_e$ との向きから同図 $\mathbf{E}'$ のようにならねばならない。そして $\mathbf{H}$ および $\mathbf{H}'$ はマクスウェルの方程式を示す図から自動的に同図点線のようになる。以上のことから直ちに次のことがいえる。

$$\mathbf{E}'_t(x, y, -z) = \mathbf{E}_t(x, y, z) \quad (1-a)$$

$$E'_z(x, y, -z) = -E_z(x, y, z) \quad (1-b)$$

$$\mathbf{H}'_t(x, y, -z) = -\mathbf{H}_t(x, y, z) \quad (1-c)$$

$$H'_z(x, y, -z) = H_z(x, y, z) \quad (1-d)$$

そしてこれらの電磁界の $z = 0$ における状態を調べると、 S が磁氣的壁であることより、 $\mathbf{H}_t(x, y, 0) = 0$ $\mathbf{H}'_t(x, y, 0) = 0$ となるため、磁界の接線成分の連続条件は満たされている。当然 (1-a) 式より電界の接線成分の連続条件も満たされている。次に電束の法線成分の S 上の値は 2. の [註 1] で示したように $E_z = \frac{1}{j\omega\epsilon} \nabla_t \times \mathbf{H}_t$ より求まり、上記の $\mathbf{H}_t = 0$ より $E_z = 0$ となる。全く同様に $\mathbf{H}'_t = 0$ より $E'_z = 0$ となる。一方 S 上では ϵ は同じ値をとるから電束の法線成分は零となり、自動的に法線成分の連続条件を満たしている。また S 上で μ も同じ値をとるから (1-d) 式より磁束の法線成分の連続条件を満たしている。したがって図 3(a) の ($\mathbf{E} + \mathbf{E}'$)

および $(\mathbf{H} + \mathbf{H}')$ は境界条件とマクスウェル方程式を満たす1つの解で、これを偶モードと呼ぶ。

次に図 3(b) に示すように S を金属板とし、 $z > 0$ で同図 ㉔ および ㉕ のようなマクスウェル方程式を満たす解があったとすると、構造の対称性より $z < 0$ において ㉖ および ㉗ のようなマクスウェルの方程式がある。この図より

$$\mathbf{E}'_t(x, y, -z) = -\mathbf{E}_t(x, y, z) \quad (2-a)$$

$$E'_z(x, y, -z) = E_z(x, y, z) \quad (2-b)$$

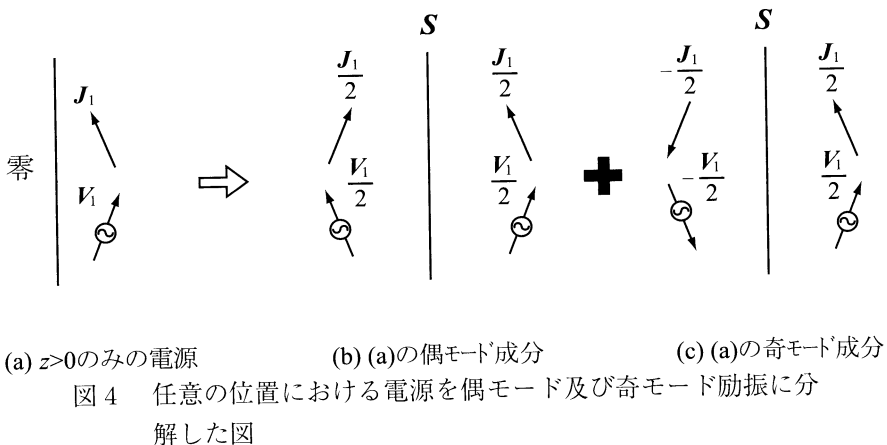
$$\mathbf{H}'_t(x, y, -z) = \mathbf{H}_t(x, y, z) \quad (2-c)$$

$$H'_z(x, y, -z) = -H_z(x, y, z) \quad (2-d)$$

であることがわかる。

S は電氣的壁なるため、 $\mathbf{E}_t(x, y, 0) = \mathbf{E}'_t(x, y, 0) = 0$ となり S 面上での電界の接線成分は零という値で連続条件を満たしている。故に 2. の [註 1] より $H_z(x, y, 0) = j \frac{1}{\omega \mu} \nabla_t \times \mathbf{E}_t = 0$ また $H'_z(x, y, 0) = j \frac{1}{\omega \mu} \nabla_t \times \mathbf{E}'_t = 0$ となるため、 $H_z(x, y, 0) = H'_z(x, y, 0) = 0$ となり、 S 上の μ が同一であることより、磁束の法線成分 B_z も零という値で連続条件を満たしている。また S 上の E_z 、 E'_z は (2-b) 式で相等しいため、電束の法線成分を満たしている。以上述べたように S 上で全ての境界条件を満たしているから金属板を取り去っても図 2(b) の $(\mathbf{E}' + \mathbf{E})$ および $(\mathbf{H}' + \mathbf{H})$ はそのまま満たされている。したがって、図 2(b) の電磁界も境界条件とマクスウェル方程式を満たす1つの解でこれを奇モードと呼ぶ。

さて、図 4(a) に示す電源 $\mathbf{J}_1$ および $\mathbf{V}_1$ は図 4(b) の偶モード励振と図 4(c) の奇モード励振に分解できる。



すなわち図 3(a) の $\mathbf{J}_e$ および $\mathbf{V}_e$ はそれぞれ $\mathbf{J}_e = \frac{\mathbf{J}_1}{2}$, $\mathbf{V}_e = \frac{\mathbf{V}_1}{2}$ とし、また図 3(b)

の J_0 および V_0 もそれぞれ $J_0 = \frac{J_1}{2}$, $V_0 = \frac{V_1}{2}$ とすればよい。したがって任意の位置に $J_i V_i$ の電源がある場合もこれらを偶および奇モードに分解すればよい。したがってあらゆるモードは図 3 の偶および奇モードの合成で表現できる。

なお、図 3 および図 4 において V なる定電圧源にて示したが、これは一般基礎 12 で述べるところの磁流 M の概念を用いて表現することができる。すなわち図 5(a) に示す定電圧は、電源を直線の導線で短絡し、その周囲に M を流すものである。ゆえに偶モードのとき

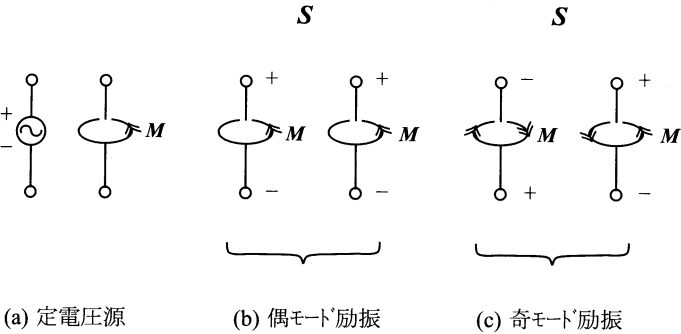


図 5 定電圧源を磁流で置き換えたときの偶及び奇モード励振を示す図

$$M_t(-z) = -M(z)$$
$$M_z(-z) = M(z)$$

となり、奇モードの場合は逆符号になる。

イメージ源を用いた等価の原理

(1) 完全導体壁の影響

図 6(a) のように $z = 0$ 面に完全導体壁があり、 $z > 0$ の領域に電流 J および磁流 M がある場合の $z > 0$ における電磁界 E, H は、同図 (b) のように $z = 0$ 平面に関する対称点に J', M' の電流および磁流を流して完全導体壁を取り去った場合の $z > 0$ における電磁界と等しいということである。これは図 3(b) の奇モード分布からいえる。ここで、

$$J'_t(x, y, -z) = -J_t(x, y, z) \tag{3-a}$$

$$J'_z(x, y, -z) = J_z(x, y, z) \tag{3-b}$$

$$M'_t(x, y, -z) = M_t(x, y, z) \tag{3-c}$$

$$M'_z(x, y, -z) = M_z(x, y, z) \tag{3-d}$$

[証明] これは次の物理的意味でわかる。すなわち電流 J のまわりにアンペアの法則で磁界 H が図 6(b) 中に示したように発生するから、同図でこの発生された H で $H'_t(-z) = H_t(z)$ 、 $H'_z(-z) = -H_z(z)$ であることからわかり、これは (2-c)(2-d) を満たし、奇モードである。また M は、一般基礎 12 の (6) 式で示したように電界 E の周回積分したものが積分路内の磁流であることより図 6(b) のようになる。図の電界のループが奇モードを満たすとき M と M' は図 6(b) のようにならねばならない。[以上のことは当然マクスウェルの方程式を立てて証明することができる [10]]