

37 2ケの異なる特性インピーダンスを縦続接続してなる共振器の共振周波数と長さ

[1] 基本モードと高次モードの共振周波数

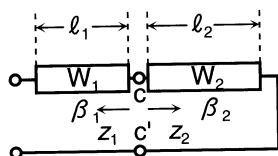


図1 異なる2ケの伝送線路の縦続接続されてなる共振器

図1のように特性インピーダンスと位相定数が夫々 W_1 と β_1 及び W_2 と β_2 の2ケの伝送線路が長さ ℓ_1 及び ℓ_2 をもち、これらが縦続接続され、1端が同図の如く接地、他端が開放されている場合を考える。

共振条件より、図1の C, C' 端子から左側及び右側を見たインピーダンス z_1 及び z_2 は

$$z_1^* = z_2 \quad (1)$$

を満たさねばならない。従って

$$W_1 \cot \beta_1 \ell_1 = W_2 \tan \beta_2 \ell_2 \quad (2)$$

故に

$$\tan \beta_2 \ell_2 \cdot \tan \beta_1 \ell_1 = \frac{W_1}{W_2} \quad (3)$$

の関係を得る。一方

$$\beta_{1,2} = \frac{2\pi}{\lambda_{g1,2}} = \frac{\omega}{v_{p1,2}} = \frac{\omega}{v_0} \sqrt{\mu_{r1,2} \epsilon_{r1,2}} \quad (4)$$

となるため、(4) 式を (3) 式に代入して、

$$\left(\tan \omega \frac{\sqrt{\mu_{r1} \epsilon_{r1}}}{v_0} \ell_1 \right) \left(\tan \omega \frac{\sqrt{\mu_{r2} \epsilon_{r2}}}{v_0} \ell_2 \right) = \frac{W_1}{W_2} \quad (5)$$

が得られる。簡単な場合として

$$\mu_{r1} = \mu_{r2} = 1, \quad \ell_1 = \ell_2 = \ell, \quad \epsilon_{r1} = \epsilon_{r2} = \epsilon_r \quad (6)$$

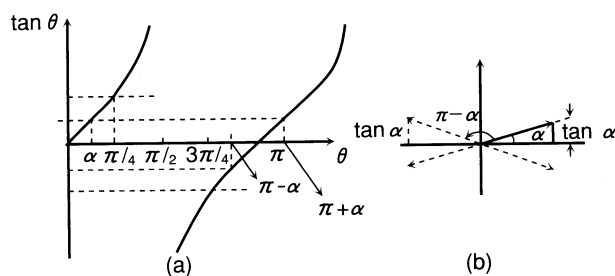
の場合には、(5) 式は、

$$\tan \omega \frac{\sqrt{\epsilon_r}}{v_0} \ell = \pm \sqrt{\frac{W_1}{W_2}} \quad (7)$$

となる。

いま (7) 式において

$$\left. \begin{aligned} \omega \frac{\sqrt{\epsilon_r}}{v_0} \ell &= \frac{2\pi f}{v_0} \sqrt{\epsilon_r} \ell = \alpha \\ \alpha &< \frac{\pi}{2} \end{aligned} \right\} \quad (8)$$

図2 $\tan \theta$ を示す図

とすると、(7) 式の左辺が正及び負符号に対して

$$\omega \frac{\sqrt{\epsilon_r}}{v_0} \ell = n\pi \pm \alpha \quad (9)$$

を満たさねばならない。図2からわかるように、基本モードの共振角周波数を ω_1 とすると、これが(9) 式で $n = 0$ で $+\alpha$ に相当したものである。次に高次共振モードの最低次のものは(7) 式で $n = 1$ とし $-\alpha$ に相当するものである。従って

$$\frac{2\pi f_0}{v_0} \sqrt{\epsilon_r} \ell = \tan^{-1} \sqrt{\frac{W_1}{W_2}} \quad (10-a)$$

$$\frac{2\pi f_{h1}}{v_0} \sqrt{\epsilon_r} \ell = \pi - \tan^{-1} \sqrt{\frac{W_1}{W_2}} \quad (10-b)$$

をうる。故に

$$\frac{f_{h1}}{f_0} = \frac{\pi}{\tan^{-1} \sqrt{\frac{W_1}{W_2}}} - 1 \quad (11)$$

が得られる。

[例題1] $W_1 = W_2$ のとき

$$\begin{aligned} \tan^{-1} \sqrt{\frac{W_1}{W_2}} &= \frac{\pi}{4} \\ \therefore \frac{f_{h1}}{f_0} &= \frac{\pi}{\pi/4} - 1 = 3 \end{aligned}$$

[例題2] $W_1 = 30 \Omega$ 、 $W_2 = 50 \Omega$ のとき

$$\begin{aligned} \tan^{-1} \sqrt{\frac{30}{50}} &= 0.659 \\ \therefore \frac{f_{h1}}{f_0} &= \frac{\pi}{0.659} - 1 = 3.767 \end{aligned}$$

種々の W_1/W_2 に対する f_{h1}/f_0 を 11.2.8 の図 11.46 に示す



[2] 基本モードの発振周波数 f_o に対する長さ L

(5) 式において、 $f_o = \frac{\omega}{2\pi}$ を与えて ℓ_1, ℓ_2 を求めれば

$$\ell_1 + \ell_2 = L \tag{12}$$

より L が求まる。

簡単な場合として (6) 式の条件で L を求める。

(10-a) 式より

$$L = \frac{v_o}{\pi f_o \sqrt{\epsilon_r}} \tan^{-1} \sqrt{\frac{W_1}{W_2}} \tag{13}$$

となるから W_1/W_2 が小さくなるほど L は短くなる。いま $W_1 = W_2$ の場合の L を L_o と
して L/L_o を求めると (14) 式となる。

$$\frac{L}{L_o} = \frac{4}{\pi} \tan^{-1} \sqrt{\frac{W_1}{W_2}} \tag{14}$$

[例題] $W_1 = 10 \Omega$ 、 $W_2 = 50 \Omega$ のときには

$$\tan^{-1} \sqrt{\frac{10}{50}} = 0.421 \quad \text{となるから}$$

$$\frac{L}{L_o} = \frac{4}{\pi} \times 0.659 = 0.5354 \quad \text{となる。}$$

種々の W_1/W_2 に対して L/L_o を計算すると 11.2.8 の図 11.45 のようになる。

38 共振器と導波系とが窓結合した時の共振器の外部 Q 、 Q_e

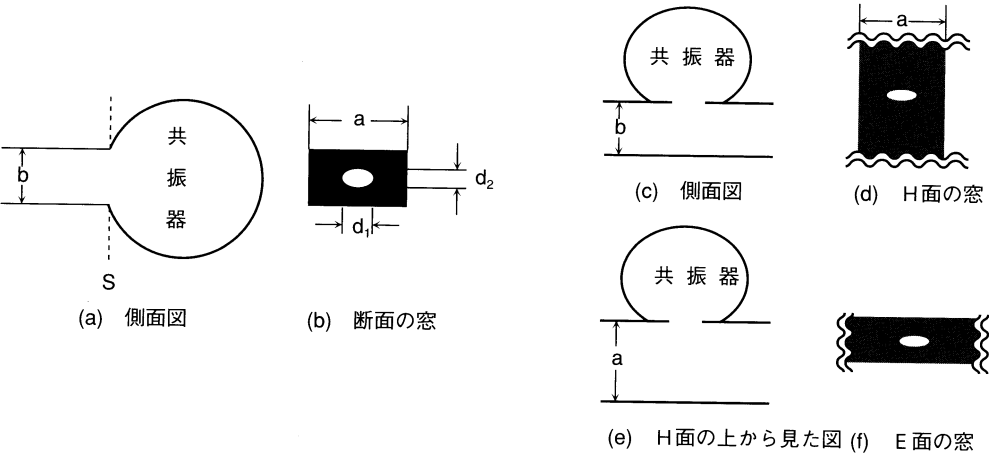


図 1 TE_{10} 導波管と共振器とが長軸 a で短軸 b の楕円の窓との結合した図

いま図 1(a) 及び (b) のように $\text{TE}_{10}^{\square}$ 導波管と共振器とが導波管断面で結合した場合や同図 (c) 及び (d) のように導波管の H 面に共振器が結合した場合のほか、同図 (e) 及び (f) のように導波管の E 面に共振器が結合した場合を考える。そしてこれらの結合は長軸 a で短軸 b の楕円窓により行われる場合を考える。

さてこれらの共振器の外部 Q 、 Q_e を求めるには、まず窓を金属で蔽った場合、共振器内の電磁界を $\mathbf{E}$ 、 $\mathbf{H}$ とし、この時窓の位置の電磁界を $\mathbf{E}_W$ 、 $\mathbf{H}_W$ とする。共振器の電界が導波管に結合しないむきになったいる場合を考えると 10.3.2(6) の図 10.105 で示したように共振器の磁界に導波管に入り込みこれは磁気モーメント $\mathbf{P}_m$ で表わせることをのべた。そしてこれは $\mathbf{H}_W$ に比例するからその比例定数を α_m で示すと (1) 式で表わせる。

$$\mathbf{P}_m = \alpha_m \mathbf{H}_W \quad (1)$$

そしてこの α_m は

$$\left. \begin{aligned} \alpha_m &= \frac{d_1^3}{6} \frac{\pi}{4} \frac{\epsilon^2}{F(\epsilon) - E(\epsilon)}, \quad \epsilon = \sqrt{1 - \left(\frac{d_2}{d_1}\right)^2} \\ \left[\begin{array}{l} F(\epsilon) \text{ は第 1 種の完全楕円積分} \\ E(\epsilon) \text{ は第 2 種の完全楕円積分} \end{array} \right] \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

である [6][7]。そして $\epsilon \ll 1$ のときには $F(\epsilon)$ と $E(\epsilon)$ は

$$F(\epsilon) = \frac{\pi}{2} \left(1 + \frac{\epsilon^2}{4} \right), \quad E(\epsilon) = \frac{\pi}{2} \left(1 - \frac{\epsilon^2}{4} \right) \quad (3)$$

また $\epsilon \simeq 1$ のときには $[d_2 \ll d_1 \text{ でスリットの場合}]$

$$F = \ln 4 \frac{d_1}{d_2}, \quad E = 1 \quad (4)$$

となる。

従ってよく用いられる円形の場合には (3) 式を (2) 式に代入して

$$\left. \begin{aligned} \alpha_m &= \frac{d_1^3}{6} \frac{\pi}{4} \frac{\epsilon^2}{\frac{\pi}{2} \cdot \frac{\epsilon^2}}{\frac{\pi}{2} \cdot \frac{\epsilon^2}} = \frac{d^3}{6} = \frac{4a^3}{3} \\ a &= \frac{d}{2} \text{ (円の半径)} \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

となる。またスリット窓の場合には (4) 式を (2) 式に代入して、

$$\alpha_m = \frac{d_1^3 \pi}{24} \frac{1}{\ln 4 \frac{d_1}{d_2} - 1} \quad (6)$$

となる。さてこの α_m を用いた $\mathbf{P}_m$ により、一般基礎 19 の (12) 式と (26) 式を用いた導波管に伝播する $\text{TE}_{10}^{\square}$ モードのみを考えると、

$$\left. \begin{aligned} z > 0 \text{ には} \quad & \mathbf{E}^+ = a_1 \mathbf{e}_{10}^+ & \mathbf{H}^+ &= a_1 \mathbf{h}_{10}^+ \\ z < 0 \text{ には} \quad & \mathbf{E}^- = b_1 \mathbf{e}_{10}^- & \mathbf{H}^- &= b_1 \mathbf{h}_{10}^- \end{aligned} \right\} \quad (7-a)$$