

このPDFは、CQ出版社発売の「実用マイクロ波技術講座 -理論と実際- 第5巻」の一部分の見本です。内容・購入方法などにつきましては是非以下のホームページをご覧ください。  
<http://www.cqpub.co.jp/hanbai/books/79/79751.htm>

## 第20章 回路の測定

### 20.1 共振系の $Q$ の測定

#### 20.1.1 共振系に疎結合した 2 開孔間の $S_{21}$ による測定法

これには第1巻 p.142などで述べたように図 20.1 の如く共振系に対称系に疎結合（約-50dB以下）した入出力開孔間の共振特性において、最大値より 3dB 低い周波数の間隔  $\Delta f$  を測定し、中心周波数  $f_0$  をこの  $\Delta f$  で割った値から読みとる方法がある。ここで疎結合にするのは外部  $Q, Q_{ex}$  の影響をさけるためである。即ち

$$\frac{1}{Q_L} = \frac{1}{Q_{ex}} + \frac{1}{Q_0} \quad \left[ \begin{array}{l} Q_L: \text{負荷 } Q, Q_{ex}: \text{外部 } Q \\ Q_0: \text{共振系の無負荷 } Q \end{array} \right] \quad (1)$$

で、 $Q_{ex} \gg Q_0$  にすると  $Q_L$  は  $Q_0$  になる。



図 20.1 共振系に入出力対称結合した回路

いま図 20.1 の如く同図 (a) は同図 (b) と (c) とを重ね合わせたものである。

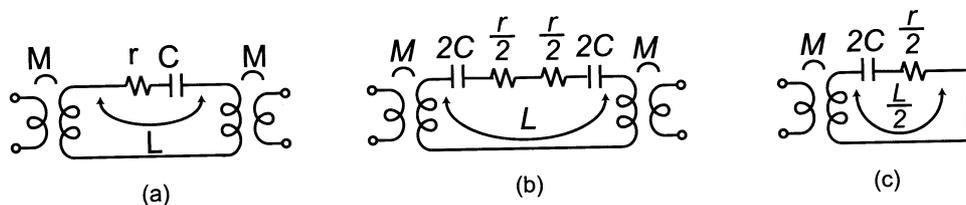


図 20.2  $LC$  の直列共振が入出力と  $M$  結合した例

例えば共振系として図 20.2(a) のように  $L, C$  直列共振が入出力開孔に  $M$  結合した場合には、同図 (b) のようにかけるので、図 20.1(b) の偶モード励振では真中が切り離されるから共振電流は流れない。そして奇励振のときだけ共振電流が流れる。従って図 20.2(a) の入力に信号を加えると、その奇モード励振の電流のみが出力に現れ、これは図 20.2(c) に示される。

## 見本

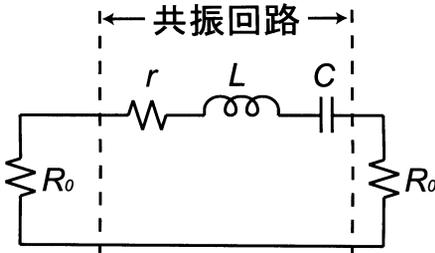


図 20.3 図 20.2(a) の等価回路

列共振回路に等価的に移すことができ、図 20.3 のようになる。ここで

$$\left. \begin{aligned} R_0 &= \frac{(\omega M)^2}{R_s} \\ R_s: \text{電源または負荷抵抗} \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

である。図 20.3 に示すように  $r$  は直列共振回路の損失項に相当する直列抵抗で  $R_0$  は電源や負荷抵抗  $R_s$  が誘導結合係数  $M$  を介して直列共振回路に直列に挿入されたものである。いま共振回路に電流  $I$  が流れている時、 $L$  内における磁気エネルギーの時間平均値  $\tilde{W}_m$  は、 $\tilde{W}_m = \frac{LI^2}{2}$  であり、 $C$  内の電気エネルギーの時間平均値  $\tilde{W}_e$  も、共振時には  $\tilde{W}_m$  に等しい。よって、 $\tilde{W}_m$  と  $\tilde{W}_e$  との和を  $\tilde{W}_t$  とすると、 $\tilde{W}_t = 2\tilde{W}_m = LI^2$  である。また  $2R_0$  及び  $r$  中で消費する電力  $P_d$  は夫々、 $2I^2R_0$  及び  $I^2r$  である。もし  $R_0 = 0$  のとき、即ち共振回路のみの  $Q$  を無負荷  $Q$  (Unloaded  $Q$ ) と呼び  $Q_0$  で示すと、第3巻 p.180 の5. で示されるように

$$Q_0 = \frac{\omega \tilde{W}_t}{P_0} = \frac{\omega L}{r} \quad (3)$$

となる。次に  $r = 0$  とし  $2R_0$  に消費される電力を  $P_e$  とすると

$$Q_e = \frac{\omega \tilde{W}_t}{P_e} = \frac{\omega L}{2R_0} \quad (4)$$

となり、

$$Q_L = \frac{\omega L}{r + 2R_0} \quad (5)$$

となる。いま図 20.1 で電源や負荷と共振系を極めて疎結合にするということは  $M$  を極めて小さくするということになり、(2) 式で  $R_0$  も無視できるようにする事である。従って (5) 式と (3) 式より

$$Q_L \simeq Q_0 \quad (6)$$

である。疎結合でも多少の結合は残るので、いま入出力間の  $S_{21}[\text{dB}]$  と  $Q_0$  及び  $Q_L$  との関係を求めて見る。いま図 20.3 の左側の  $R_0$  に直列に電圧  $V$  を加えた時に、右側の  $R_0$  に消費する電力を  $P_L$  とすると [註 1]

$$-S_{21}[\text{dB}] = 10 \log_{10} \frac{P_{\max}}{P_L} = 10 \log \left( 1 + \frac{r}{2R_0} \right)^2 = 20 \log \left( 1 + \frac{Q_{ex}}{Q_0} \right) \quad (7)$$

$$\therefore 10^{-\frac{S_{21}[\text{dB}]}{20}} - 1 = \frac{Q_{ex}}{Q_0}$$

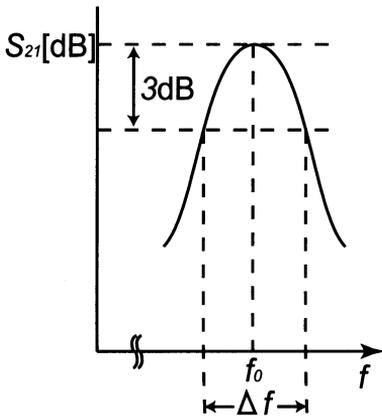
一方

$$\frac{1}{Q_L} = \frac{1}{Q_0} + \frac{1}{Q_{ex}} = \frac{1}{Q_0} \left\{ \frac{1}{10^{-\frac{S_{21}[\text{dB}]}{20}} - 1} \right\}$$

$$\therefore Q_0 = K Q_L, \quad K = 1 + \frac{1}{10^{-\frac{S_{21}[\text{dB}]}{20}} - 1}$$

一方、3dB 帯域幅を  $\Delta f$  とすると、 $Q_L = \frac{f_0}{\Delta f}$  となる。故に

$$Q_0 = 1 + \frac{1}{10^{-\frac{S_{21}[\text{dB}]}{20}} - 1} \left( \frac{f_0}{\Delta f} \right) = K \left( \frac{f_0}{\Delta f} \right) \quad (8)$$



即ち、図 20.4 如く、 $S_{21}[\text{dB}]$  の所を最大とする 3dB 帯域幅を  $\Delta f$  とすると (8) 式に従い  $Q_0$  が計算できる。ここで、 $K$  を種々の  $S_{21}[\text{dB}]$  について求めると下表の如くなる。

| $S_{21}[\text{dB}]$ | $K$   |
|---------------------|-------|
| -20                 | 1.11  |
| -30                 | 1.033 |
| -40                 | 1.01  |
| -50                 | 1.003 |

従って  $S_{21}[\text{dB}] < -50[\text{dB}]$  にすれば 0.3% の誤差に入る。

図 20.4:  $S_{21}[\text{dB}]$  による  $Q_0$  の測定

[註 1]  $P_{\max}$  は左側の内部抵抗  $R_0$  の電源から  $r = 0$  の時、右側の  $R_0$  に供給される電力で  $\left(\frac{V}{2R_0}\right)^2 R_0$  である。一方、 $P_L$  は  $P_L = \left(\frac{V}{2R_0+r}\right)^2 R_0$  である。これから本文 (7) 式をうる。

20.1.2 共振系に結合した 1 開孔の  $S_{11}$  による測定法

簡単なモデルとして図 20.5 のような  $L$ 、 $C$ 、 $r$  からなる直列共振回路に直列に内部抵抗  $R_s$  の電源を接続した場合を考える。

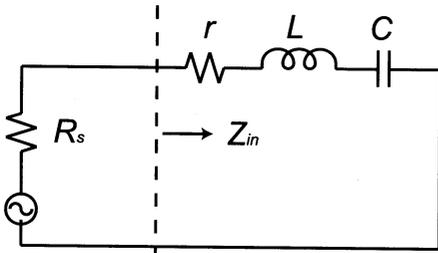
(イ) 無負荷  $Q$ 、 $Q_0$  の測定法

図 20.5 直列共振回路に電源インピーダンス  $R_s$  の電源を接続した図

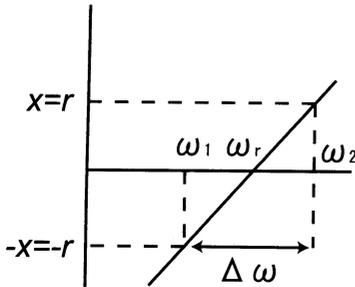


図 20.6  $Z_{in}$  の実数部と虚数部の絶対値が等しい周波数  $\omega_2$  と  $\omega_1$  を示す図

いま図 20.5 に於いて、 $Z_{in}$  は

$$Z_{in} = r + j\left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)$$

角周波数  $\omega$  が共振周波数  $\omega_r (= \frac{1}{\sqrt{LC}})$  附近では、

$$Z_{in} \simeq r + 2jL(\omega - \omega_r) \quad (9)$$

となる。いま (9) 式の実数部  $r$  と虚数部の絶対値が 20.6 のように等しい所の角周波数を夫々  $\omega_2$  及び  $\omega_1$  とすると

$$r = 2L(\omega_2 - \omega_r) \quad (10-a)$$

$$r = 2L(\omega_r - \omega_1) \quad (10-b)$$

となるから (10-a)+(10-b) より

$$r = L(\omega_2 - \omega_1) \quad (10-c)$$

これに無負荷  $Q$  値、 $Q_0$  の定義 (3) 式を適用するため、 $\omega_r L$  を (10-c) 式で除算すると

$$Q_0 = \frac{\omega_r L}{r} = \frac{\omega_r}{\Delta\omega}, \quad \Delta\omega = \omega_2 - \omega_1 \quad (11)$$

となる。一方図 20.5 の  $Z_{in}$  は、スミス図表上で  $r$  が一定の円になる。

いま  $r < R_s$ 、 $r = R_s$  及び  $r > R_s$  の場合の  $Z_{in}$  の軌跡を示すと夫々図 20.7(a),(b) 及び (c) のようになる。スミス図表は電源インピーダンス  $R_s$  で正規化された値が目盛りされているため  $r = R_s$  の時には  $r' = \frac{r}{R_s} = 1$  となり、図 20.7(b) の如く中心を横切る円となる。また実数部と虚数部の絶対値が等しい点は図 20.7 のように目盛りから探せばよいが、一般にこれらの点は図 20.7(d) に示したように、正規化インピーダンス  $Z'_{in}$  が

$$Z'_{in} = \pm j \quad (12)$$

である点 A 及び B を中心とし、半径が  $\sqrt{2}$  (スミス図表の最外周の円の半径を 1 とする) の円弧を画いた軌跡上にある事が証明できる [註 2]。従って、 $Z_{in}$  の円の軌跡ができればこの円弧と交わる点の周波数を  $f_2$  及び  $f_1$  とすればよい。そして (11) 式から  $Q_0$  を求めればよい。当然  $f_r = \frac{f_1+f_2}{2}$

として求めればよい。以上のべた中心が夫々  $-j$  及び  $+j$  とした半径  $\sqrt{2}$  の円弧 2 枚を画くと図 20.7(d) のようになる。

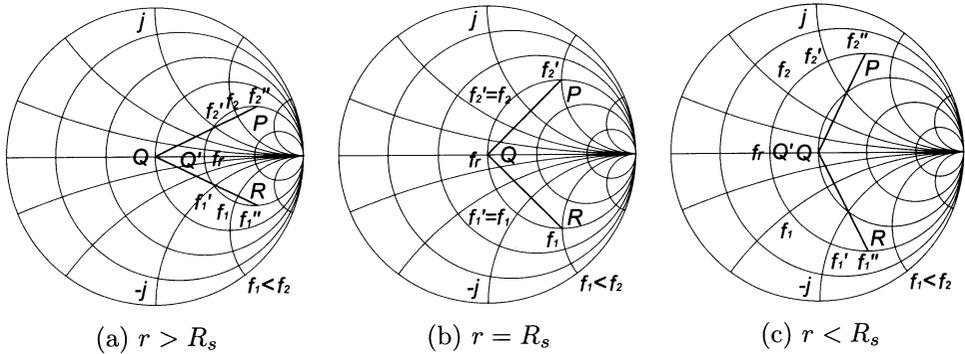


図 20.7  $Z_{in}$  の軌跡上で実数部と虚数部の絶対値が等しい  $f_1$  と  $f_2$  とをスミス図表上に示した図

(ロ) 外部  $Q$ 、 $Q_e$  の測定法

外部  $Q$ 、 $Q_e$  は図 20.5 で  $r = 0$  としたとき、 $R_s$ 、 $L$ 、 $C$  の直列共振回路の  $Q$  値、即ち

$$Q_e = \frac{\omega_r L}{R_s} \tag{13}$$

である。そこで  $Z_{in}$  のリアクタンスが  $R_s$  に等しくなる角周波数  $\omega'_2$  及び  $\omega'_1$  が求まったとしよう。これは図 20.6 の  $r$  の代わりに  $R_s$  をおけばよく従って (10-a)(10-b)(10-c)(11) 式の  $r$  を全て  $R_s$  におきかえて、 $\Delta\omega'$  を

$$\Delta\omega' = \omega'_2 - \omega'_1 \tag{14}$$

とすると (11) 式同様

$$Q_e = \frac{\omega_r L}{R_s} = \frac{\omega_r}{\Delta\omega'} = \frac{f_r}{f'_2 - f'_1} \tag{15}$$

となる。 $Z_{in}$  のリアクタンスが  $R_s$  に等しくなる点は  $R_s$  で正規化されたスミス図表上では  $X' = \frac{X}{R_s} = 1$  或いは  $-1$  のリアクタンス一定の曲線と  $Z'_{in} = \frac{Z_{in}}{R_s}$  の円との交点である。従って、これを

〔註 2〕

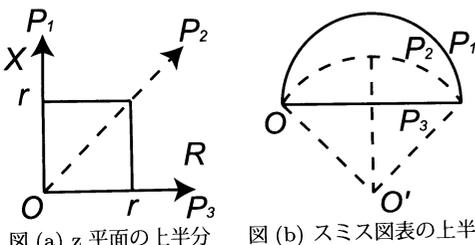


図 (a)  $z$  平面上の上半分 図 (b) スミス図表の上半分  
 $Z$  平面で  $R = -X$  の直線を考えると第 1 巻 p.31 補注 8 の (1-a), (1-b) 式に  $r = -x$  を代入して  $r$  を消去すると  $U^2 + (V - 1)^2 = 2$  となり  $V = 1$  で半径  $\sqrt{2}$  の円となる。

図 (a) に示す  $z$  平面 (横軸が抵抗、縦軸がリアクタンス) で縦軸  $O \rightarrow P_1$  は図 (b) の上の円周に、また  $Z$  平面の横軸は図 (b) の水平線  $O \rightarrow P_3$  に写像されることは第 1 巻 p.27 図 14(a) 及び (c) で示した。いま図 (a) に示したように  $R = X$  の直線は求めようとする条件でこれは当然スミス図表上で円になり、それは図 (b) の  $OP_2$  の点線のような半径である。そこでこの  $O'$  点を求めるには第 1 巻 p.31 補注 8 の (1-a), (1-b) 式に  $r = x$  を代入して  $r$  を消去すると  $U^2 + (V + 1)^2 = 2$  となり、中心が  $V = -1$  で半径が  $\sqrt{2}$  の円となる。全く同様に図 A の  $X < 0$  の下半分の

# 見本

実行すると、 $r > R_s$ ,  $r = R_s$  及び  $r < R_s$  の場合に応じて図 20.7(a),(b) 及び (c) に示した  $f'_2, f'_1$  のようになる。これらを用いて (12) 式から  $Q_e$  が求まる。このように、 $r_s > R_s$  のとき、図 20.7(a) より  $\Delta f' < \Delta f$  となり  $Q_e > Q_0$  となり、 $r_s = R_s$  の時は同図 (b) より  $Q_e = Q_0$ 、また  $r < R_s$  のときは  $Q_e < Q_0$  となる。

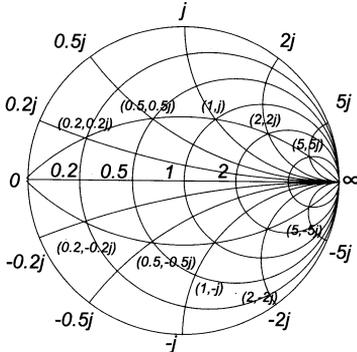


図 20.7(d) スミス図表の  $-j$  及び  $+j$  を中心とし半径  $\sqrt{2}$  の円を画いた点曲線

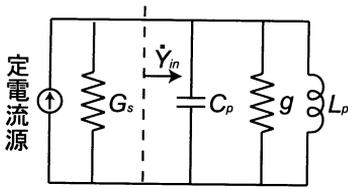


図 20.8 並列共振に電源インピーダンス  $\frac{1}{G_s}$  の電源を接続した図 [ $g$ :共振器の損失を示すコンダクタンス]

通常、図 20.7(a),(b) 及び (c) の時、共振系は電源と夫々疎結合、臨界結合及び密結合と呼ばれる。次に図 20.8 に示す並列共振回路の  $S_{11}$  から測定する方法をのべる。電源インピーダンス  $R_s$  の定電圧源は、電源コンダクタンス  $G_s (= \frac{1}{R_s})$  の両端に定電流源  $I (= \frac{V}{R_s})$  を接続したものと等価であることはテブナンの定理から証明できるので [註 3]、図 20.8 のような等価回路で示すことができる。同図で

$$\dot{Y} = g + j(\omega C - \frac{1}{\omega L}) \quad (16)$$

となり、共振角周波数附近では  $\dot{Y} = g + 2jC(\omega - \omega_r)$  となる。従って、 $g$  と等しいサセプタンスを与える角周波数を  $\omega_2$  及び  $\omega_1$  とすると (10-a),(10-b),(10-c) の  $L$  の代わりに  $C$  を用い、

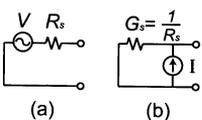
$$g = C(\omega_2 - \omega_1) = C\Delta\omega \quad (17)$$

となる。故に  $Q_0$  の定義より

$$Q_0 = \frac{\omega_r C}{g} = \frac{\omega_r}{\Delta\omega} \frac{\Delta\omega}{g} C = \frac{f_r}{f_2 - f_1} \quad (18)$$

従って図 20.7 に相当するスミス図表上の表示は図 20.9 となる。

[註 3]



テブナンの定理とは、回路の 1 開孔に負荷  $Z_L$  をつないだ時の電流は、その開孔が開放時の電圧  $V$  を  $Z_L$  と開孔の内部抵抗の和で除した値である。故に定電流源の内部抵抗が無量大であることを考えると (a) と (b) が等しいことがわかる。