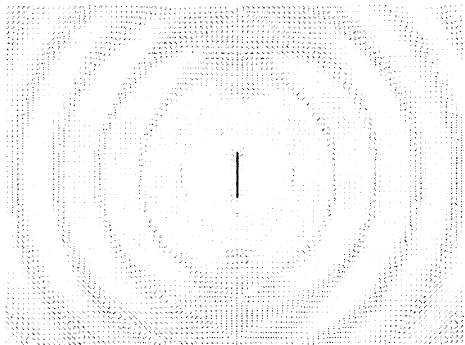


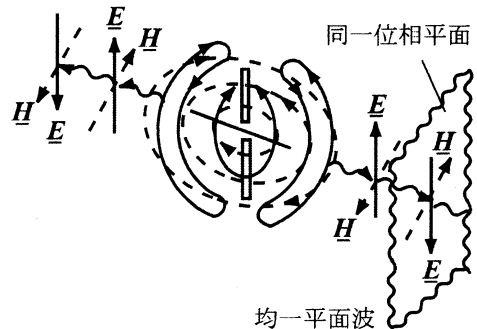
第1章 電波と導波路のまとめ

1.1 電波の発生と導波路を伝播する TEM 波, TE 波, TM 波及び混成波

RF 電源が送信アンテナに加えられると電磁波が空間に放射される。例えばダイポールアンテナから放射される電磁波の電界分布は図 1.1(a) のようになり、色の濃い部分は電界の強い所である。時間を止めて考えると電界の強度は周期的に分布している。そして磁界も同時に共存し、その強さは電界と比例している。そして時間の経過を共にアンテナから外部に向って行く。



(a) ダイポールアンテナから放射する電波



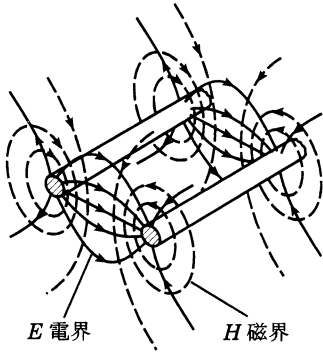
(b) アンテナから放射された電波が遠くで均一平面波になる模様

図 1.1 ダイポールアンテナから放射する電波の電界の強さ (a) と遠く離れた所で TEM 波になる模様 (b) を示す図

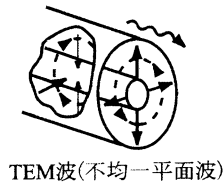
アンテナから遠く離れた所では次の性質を持っている。

- 電界 E と磁界 H は垂直で何れも電波の進行方向に垂直な面内にある。従ってこれは Transverse Electro Magnetic Wave と呼ばれ、略して TEM 波とも呼ばれる。
- 電磁波 (略して電波) は真空中を $v_0 = 3 \times 10^8$ [m/s] の速度で伝播するが、比誘電率 ϵ_r 及び比透磁率 μ_r の媒質内では $v = v_0 / \sqrt{\mu_r \epsilon_r}$ の値で遅くなる。
- 従って空間中の任意の点を通過する電磁界は強弱を繰り返し、その回数を 1 秒間に f 回すると、 f を周波数と呼ぶ。故に時間を止めたときに空間に周期的に分布する距離 λ は $\lambda = v/f$ となり、この λ は波長と呼ばれる。

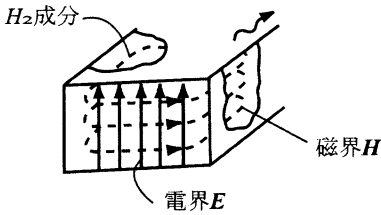
電波は空間を伝播するのみならず図 1.2 に示すような種々の断面構造を持つ導波路を伝播する。図 1.2(a) や (b) に示すように均一媒質（導波路中の μ_r 及び ϵ_r が同一値の時）中の平行 2 導体（同軸線路の場合には外部導体と中心導体）には、電界や磁界は全て電波の進行方向に垂直な面内でのみ存在している。従ってこれは先述の TEM 波である。また図 1.2(c) は電界は波の進行方向に垂直な面内のみにあるので TE 波または H 波と呼ばれる。図 1.2(d) および (e) では磁界成分が波の進行に垂直な面内にあるので TM 波または E 波と呼ばれる。また図 1.2(e) のように誘電体を一部に含む導波管では波の進行方向に電界および磁界成分を含む混成波と呼ばれる電波も存在する。



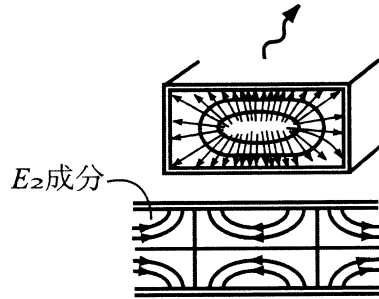
(a) レッチェル線を伝播する TEM 波



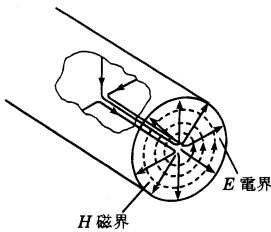
(b) 同軸線路内 TEM 波の電界と磁界



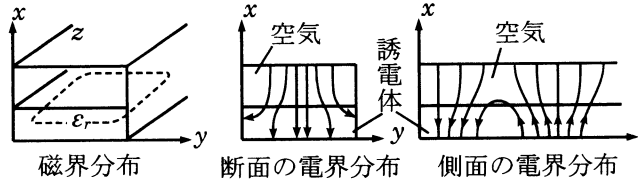
(c) 矩形短波管内の TE 波



(d) 矩形導波管内の TM 波



(e) 円形導波管内の TM 波



(f) 矩形導波管の H 面に誘電体板を装荷した時の混成波

図 1.2 種々の導波路を伝播する種々のモード（実線は電界，点線は磁界を示す）

1.2 伝送路の定数

-波動インピーダンス, 特性インピーダンス, 伝播定数, 位相定数及び減衰定数と Q 値-

1.2.1 TEM 線路

(イ) 波動インピーダンスと特性インピーダンス

RF 電源が正弦波である時は, 時間と止めて考えたとき, 伝送線路上の電磁界分布も正弦波となり, この分布状態が時間 t の経過と共に進行方向に速度 v で移動する. 従って伝送路上の位置 z の電界 \mathbf{E} 及び磁界 \mathbf{H} とこれらに比例する電圧 V 及び電流 I は z 及び t の関数となり (1.1-a)~(1.1-d) 式のようになる.

$$\mathbf{E} = \mathbf{E}_0 \exp^{j\omega t - \dot{\gamma} z} \quad (1.1-a) \quad V = V_0 \exp^{j\omega t - \dot{\gamma} z} \quad (1.1-c)$$

$$\mathbf{H} = \frac{\mathbf{E}_0}{Z_w} \exp^{j\omega t - \dot{\gamma} z} \quad (1.1-b) \quad I = \frac{V_0}{Z_c} \exp^{j\omega t - \dot{\gamma} z} \quad (1.1-d)$$

ここで \mathbf{E}_0 , \mathbf{H}_0 , V_0 及び I_0 は $t = 0$, $z = 0$ における \mathbf{E} , \mathbf{H} , V 及び I の値を示す.

これからわかるように t や z の値にかかわらず磁界は電界の値を Z_w で除した値で, これを波動インピーダンスと呼ぶ. このことは線路の断面のどの位置でもいえることである. 即ち \mathbf{E} , \mathbf{H} は断面の座標 x, y で異なるが

$$\mathbf{H}(x, y, z) = \frac{\mathbf{E}(x, y, t)}{Z_w} \quad (1.1-e)$$

の関係式をもつ. そしてこの Z_w は線路内の媒質の誘電率 ϵ と透磁率 μ で

$$Z_w = \sqrt{\frac{\mu}{\epsilon}} = \sqrt{\frac{\mu_r}{\epsilon_r}} \sqrt{\frac{\mu_0}{\epsilon_0}} = 366.7 \sqrt{\frac{\mu_r}{\epsilon_r}} \quad (1.1-f)$$

の値をもつ.

また (1.1-c), (1.1-d) 式からわかるように電流は線路の位置 Z や時間 t に関係なく電圧 V を Z_c で除した値で, この Z_c は特性インピーダンスと呼ばれ, 線路の断面構造により異なる. これに比べて Z_w は断面構造に関係ないことを留意しなければならない.

さて (1.1-a)~(1.1-d) 式からわかるように \mathbf{E} , \mathbf{H} , V 及び I は $Z > 0$ 方向, 即ち電源から反対方向に進む波で進行波と呼ばれている. この進行波は線路が無限長のみならず, 有限長線路の電源と反対側の端子に Z_c の負荷抵抗を接続した時にも生じる. 従って線路に進行波のみが存在する負荷抵抗の値が特性インピーダンスとも定義できる. さて前述のように特性インピーダンスは線路の断面形状により異なり, 均一媒質をもつ TEM 線路の Z_c の値を表 1.1 に示した [1-1].

表 1.1 種々の断面の TEM 線路の特性インピーダンス

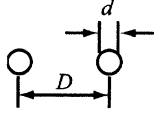
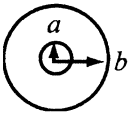
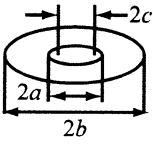
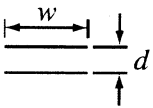
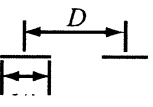
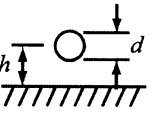
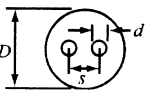
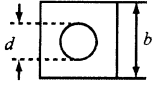
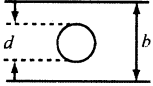
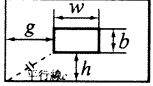
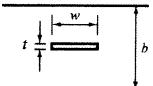
構 造	特性インピーダンス
	$Z_c^a = 120 \ln \left\{ \frac{D}{d} + \sqrt{\left(\frac{D}{d}\right)^2 - 1} \right\} = \frac{1}{\pi\eta} \cos h^{-1} \left(\frac{D}{d} \right)$ $\simeq 120 \ln \frac{D}{d} \quad [d \ll D \text{ の場合}] \quad \eta = \sqrt{\frac{\epsilon_0}{\mu_0}} = \frac{1}{120\pi} [\Omega]$
	$Z_c^a = 60 \ln \frac{b}{a}$
	$Z_c^a = 60 \ln \frac{b + \sqrt{b^2 - c^2}}{a + \sqrt{a^2 - c^2}}$
	$Z_c^a \simeq 120 \ln \frac{d}{w} \quad [w \gg d \text{ の場合}]$
	$Z_c^a \simeq 120 \ln \frac{4D}{w} \quad [D \gg w \text{ の場合}]$
	$Z_c^a = 60 \ln \left\{ \frac{2h}{d} + \sqrt{\left(\frac{2h}{d}\right)^2 - 1} \right\} = \frac{1}{2\pi\eta} \cosh^{-1} \left(\frac{2h}{d} \right)$ $\simeq 60 \ln \frac{4h}{d} \quad [d \ll h \text{ の場合}]$
	$Z_c^a \simeq 120 \ln \left(\frac{2s}{d} \frac{D^2 - s^2}{D^2 + s^2} \right), \quad D \gg d, s \gg d$

表 1.1 種々の断面の TEM 線路の特性インピーダンス

構 造	特性インピーダンス
<p>h</p> 	$Z_c^a \simeq (59.96 \ln \frac{b}{d} + 4.54) \quad \frac{b}{d} > 1.3 (Z_0 > 20\Omega)$ $Z_c^a \simeq 21.2 \sqrt{\frac{b}{d} - 1} \quad \frac{b}{d} < 1.01 (Z_0 < 2.12\Omega)$
<p>j</p> 	$Z_c^a \simeq 138 \log_{10} 1.17 \frac{4b}{\pi d}$
<p>k</p> 	$Z_c^a \simeq \frac{188.31}{2 \frac{c_f}{\epsilon_0} + \frac{w}{h} + \frac{b}{g}} \quad \frac{c_f}{\epsilon_0} \text{は [註 - 1] に示す}$
<p>l</p> 	<p>$t = 0$ のとき $Z_c^a = 30\pi \frac{K(k)}{K(k')}$, $k = \operatorname{sech} \left(\frac{\pi w}{2b} \right)$</p> <p style="text-align: right;">$k' = \sqrt{1 - k^2} = \tanh \left(\frac{\pi w}{2b} \right)$</p> <p>$K$: 第一種の楕円積分 近似式及び $t \neq 0$ は表 1(c) に示す</p>

Z_c^a は $\mu_r = \epsilon_r = 1$ の時の値で, $\mu_r \neq 1 = \epsilon_r \neq 1$ の時は上の値に $s\sqrt{\mu_r/\epsilon_r}$ を乗ずればよい.

[註 1-1] C_f の近似式と C

① h が小さいとき

$$C_f = \frac{\epsilon_0}{\pi} \left\{ \ln \frac{g^2 + h^2}{4h^2} + 2 \left(\frac{h}{g} \right) \tan^{-1} \frac{g}{h} + \ln \frac{g^2 + h^2}{4g^2} + 2 \left(\frac{g}{h} \right) \tan^{-1} \frac{h}{g} \right\}$$

② b が零のとき

$$C_f = \frac{2\epsilon_0}{\pi} \ln \left(1 + \coth \frac{\pi g}{d} \right), \quad d = 2h$$

$$C = 2\epsilon_0 \left(\frac{W}{h} + \frac{b}{g} \right) + 4C_f \quad [\text{②の場合は } b = 0 \text{ とすればよい}]$$

③ b が有限のとき

$$C = \frac{4\epsilon_0 W}{d-b} + \frac{4\epsilon_0}{\pi} \left\{ \frac{d}{d-b} \ln \frac{2d-b}{b} + \ln \frac{b(2d-b)}{(d-b)^2} \right\} \frac{\ln(1 + \coth \frac{\pi g}{d})}{\ln 2}$$

$$Z_c^a = \frac{1}{C v_0}, \quad Z = \frac{Z_c^a}{\sqrt{\epsilon_r}}$$

(ロ) 伝播定数, 位相定数及び減衰定数と Q 値

(1.1-a), (1.1-b) 式の 定数 $\dot{\gamma}$ は伝播定数 と呼ばれ複素数であるため,

$$\dot{\gamma} = \alpha + j\beta \quad (1.2-a)$$

で表わされる。これを (1.1-a), (1.1-b) 式に代入すると,

$$V = V_0 \exp^{-\alpha z} \exp^{j(\omega t - \beta z)}$$

$$I = \frac{V_0}{Z_c} \exp^{-\alpha z} \exp^{j(\omega t - \beta z)}$$

となるため, α は V, I の z 方向への減衰度を示し, β は z と共に位相が変わる模様を示す。従って β は位相定数, α は減衰定数 と呼ばれる。さて上式より減衰正弦波の同じ位相の点は

$$v_p = \frac{\omega}{\beta} \quad (1.2-b)$$

の速度で z 方向に進む事がわかるから, v_p のことを位相速度と呼ぶ。また $v_p/f = \lambda_g$ のことを考えると

$$\beta = \frac{2\pi}{\lambda_g} \quad (1.2-c)$$

となる。この λ_g は導波路中の同じ位相間の間隔を示すので管内波長 (Guided Wave) と呼ばれる。

また電界, 磁界にはエネルギーを含み, これが z 方向に移動するので, 電源で発生したエネルギーは電波に変換されて $z > 0$ 方向に運ばれる。従ってエネルギーも v_e なる速度で移動する。TEM 波の場合は

$$v_p = v_e \quad (1.2-d)$$

である。また導波路内の媒質の比誘電率及び比透磁率がそれぞれ ϵ_r 及び μ_r のときは真空中の速度 v_0 より

$$v_p = \frac{v_0}{\sqrt{\mu_r \epsilon_r}} \quad (1.2-e)$$

となり, 従って

$$\lambda_g = \frac{v_0}{\sqrt{\mu_r \epsilon_r}} \quad (1.2-f)$$

となる。

次に TEM 線路の単位長当りのインダクタンス及びキャパシタンスをそれぞれ L [H/m] 及び C [F/m] とすると

$$Z_c = \sqrt{\frac{L}{C}} = \frac{1}{C v_p} = L v_p$$

$$L = \mu_r L_0, C = C_0 \epsilon_r \quad (1.2-g)$$

[L_0, C_0 は $\epsilon_r = \mu_r = 1$ の時の L, C の値]

となるから表 1.1 に示したように $Z_c = \sqrt{\mu_r/\epsilon_r} Z_c^a$ となる。

次に減衰定数は線路を流れる電流で発生するジュール損に基づく減衰定数 α_c と、線路中に充たされた誘電体内の損失に基づく減衰定数 α_ϵ 及び磁性体内の損失に基づくもの α_μ との合成になるので (1.3-a) 式となる。

$$\alpha = \alpha_c + \alpha_\epsilon + \alpha_\mu \quad (1.3-a)$$

さて、電流は周波数 f が高くなれば導体表面の厚さ δ に集中して流れ、これを表皮効果と呼ぶ。そして δ は表皮の厚さと呼ばれ次式で示される。

$$\delta = \frac{1}{\sqrt{\pi f \mu \sigma}} \quad [\sigma: \text{導体の導電率}] \quad (1.3-b)$$

従って線路の単位長当りの抵抗は表面抵抗と呼ばれ、これを R_s で示すと

$$R_s = \frac{1}{\sigma \delta_s} = \sqrt{\frac{\pi f \mu}{\sigma}} \quad (1.3-c)$$

となる。この R_s を用いて α_c が求まるが、これは線路断面構造により異なる。例えば同軸線路では

$$\alpha_c = \frac{1}{4\pi Z_c^a} \left(\frac{R_{s1}}{a} + \frac{R_{s2}}{b} \right) \quad [\text{ネーパ-}/m] \quad (1.3-d)$$

a は内導体の半径, b は外導体の半径
 R_{s1} は内導体の表面抵抗, R_{s2} は外導体の表面抵抗
 Z_c^a は同軸内部は真空で $\epsilon_r = 1$ のときの特性インピーダンス

となる。 σ や R_s は金属材料の種類により異なり、その値を表 1.2 に示す。例えば導体が銅の場合の同軸線路の減衰量を [dB] で示した値を図 1.3 に示す。またトリプレートの α_c は導体が銅の場合図 1.4 となる。

表 1.2 種々の金属の σ [S/m], δ_s [m], R_s [Ω] 及び $R_{s,r}$ [$R_{s,r}$ は銅の R_s を基準にした値]

金属	σ [S/m]	δ_s (1GHz)[m]	R_s (1GHz)[Ω]	抵抗比 $R_{s,r}$
銀	6.17×10^7	2.03×10^{-6}	7.98×10^{-3}	0.97
銅	5.80×10^7	2.08×10^{-6}	8.29×10^{-3}	1.00
金	4.10×10^7	2.48×10^{-6}	9.84×10^{-3}	1.19
クローム	3.84×10^7	2.565×10^{-6}	10.15×10^{-3}	1.23
アルミニウム	3.72×10^7	2.612×10^{-6}	10.29×10^{-3}	1.25
真ちゅう	1.57×10^7	4.016×10^{-6}	15.86×10^{-3}	1.92
はんだ	0.71×10^7	5.85×10^{-6}	24.08×10^{-3}	2.86

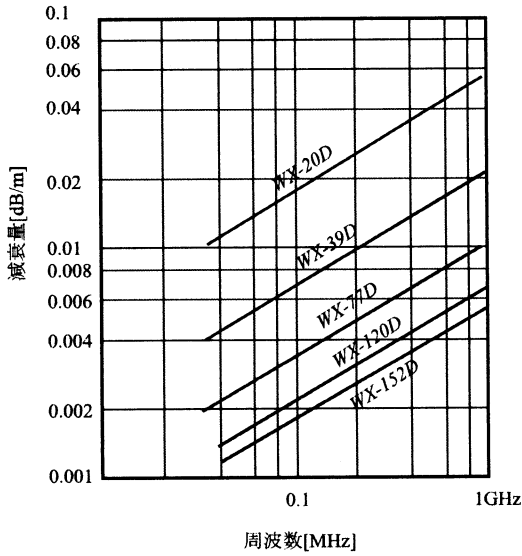


図 1.3 各種同軸線路の減衰量

次に伝送線路には電界および磁界が共存するのでそれらに伴ったエネルギーも存在する。電界及び磁界は時間と共に変化するから、エネルギーも変化する。そこで単位長線路内の電気及び磁気エネルギーの時間平均値をそれぞれ \widetilde{W}_e 及び \widetilde{W}_m とすると

$$\widetilde{W}_e = \widetilde{W}_m \quad (1.4-a)$$

となり、

$$\widetilde{W}_t = \widetilde{W}_e + \widetilde{W}_m \quad (1.4-b)$$

なる量を考えると、1秒間に単位長で失われる電力 P_d と

$$Q = \frac{\omega \widetilde{W}_t}{P_d} \quad (1.4-c)$$

なる量が定義できる。先述のように P_d は当然 α と関係する筈であるからこれを求めると (1.4-d) 式となる [1-2].

$$\alpha = \frac{\pi \lambda_g}{\lambda^2 Q} = \frac{\pi}{\lambda_g Q} \quad (1.4-d)$$

ここで TEM 波のとき $\lambda_g = \lambda$ の関係を用いた。いま伝送線路内の媒質の誘電体、磁性体の $\tan \delta$ 及び Q 値をそれぞれ $\tan \delta_e$, $\tan \delta_\mu$ 及び Q_e , Q_μ とすると、

$$\begin{aligned} \alpha &= \alpha_c + \alpha_e + \alpha_\mu = \alpha_c + \frac{\pi}{\lambda_g} (\tan \delta_e + \tan \delta_\mu) \\ &= \alpha_c + \frac{\pi}{\lambda} \left(\frac{1}{Q_e} + \frac{1}{Q_\mu} \right) \end{aligned} \quad (1.4-e)$$

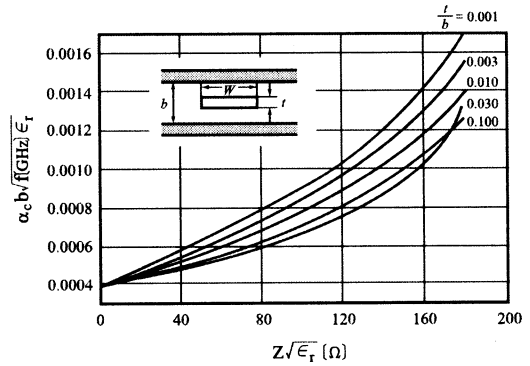


図 1.4 ストリップ線路の導体損による減衰量 (銅の場合)