

# 第3章 ちよつと高度な制御に挑戦

## フィードバック制御による倒立ロボットの製作

川村 伸司

本章で使用しているプログラムは <http://www.cqpub.co.jp/interface/download/> からダウンロードできる。

前章では、ごくごく基本的なモータ制御の手法について述べた。ここでは、モータまわりにロータリ・エンコーダやジャイロ・センサを取り付けて、より高度な制御であるフィードバック制御を行うための手法について述べる。

(編集部)

ここでは、先月号の付録基板を使って、車輪型倒立振り子「PUPPY」(写真1)を制御します。

子どものころ、「手のひらの上でほうきを立てる」(写真2)という遊びをしたことのある人も多いことでしょう。倒立振り子は、手のひらでほうきのバランスをとるのではなく、制御装置が自律的にほうきを倒れないように制御するものです。図1のようなものが一般的な倒立振り子です。台車にフリー・ジョイントで棒を取り付け、台車を左右に動かして棒を倒れないように制御します。

ここでは、台車を車輪に置き換えた形の倒立振り子である

PUPPYに付録基板をセットし、倒立動作を行わせる事例について述べます。

### 1. 制御アルゴリズムを考える

倒立制御は一輪車に乗りながら考えてみよう

まず、どうしたらPUPPYを倒立状態で保てるか、ということを考えてみましょう。この動作は、一輪車に乗ることに似ています。ただし、PUPPYの場合は車輪が二つあるため、左右(車輪の回転軸方向)のバランスについては無視できます。

一輪車に乗っている人が前に倒れそうになったとき、つまり乗っている人間の体が前に傾いたときには、車輪を適切な力で前に漕ぎ、その反力によって上体を安定な位置にもっていきます。後に倒れそうなどときも同様です。一輪車に乗りながらこのようなことを意識的に行っている人はいないでしょうが、人間の優秀なシステムが無意識のうちにこの倒立制御を可能にしています。

一輪車に乗って意識的にすることといえば、前に進みたい、後にバックしたい、あるいはその場に留まっていたといった



写真1 PUPPY(北斗電子製)に付録基板を付けて制御しているところ

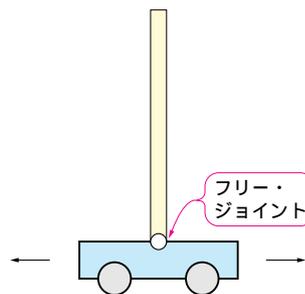


図1 一般的な倒立振り子



写真2 手のひらの上でほうきを立てる

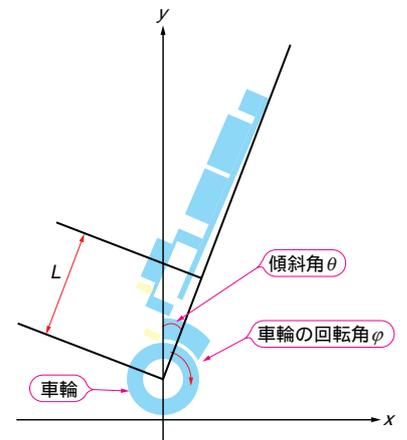


図2 PUPPYの側面図

走行制御です。無意識に行われる倒立制御に加えて、どの方向にどのくらいの速さで移動したいかに応じて、前に進みたいのであれば意図的に上体を前に傾け、重心を車軸の鉛直線上より前にもっていき、前方向に倒れる力と車輪を漕いで発生させるトルクの釣り合いが取れるように制御します。そのようにして重心がつねに前にあるならば、車輪をつねに漕いでトルクを発生させ続けなければならないので、自然と前に進むことになります。

一輪車の例をPUPPYの制御に置き換えるならば、人間が無意識に行っている上体の傾斜角、傾斜角速度を計測し、その値から適切なトルクを車輪に出力させることです。このことができるならば、倒立制御は実現可能です。さらに、走行制御を加えるならば、車輪の回転速度を観測して目標値とする回転速度になるように上体を意図的に傾けることになります。

これを式にすると、以下のような式が思い浮かぶと思います。

$$u(t) = F_1\theta(t) + F_2\dot{\theta}(t) + F_3\{\omega(t) - \dot{\phi}(t)\}$$

$u(t)$ : 車輪が発生するトルク,  $\theta(t)$ : 上体の角度,  
 $\dot{\theta}(t)$ : 上体の角速度,  $\omega(t)$ : 車輪速度の目標値,  
 $\dot{\phi}(t)$ : 車輪速度,  
 $F_1 \sim F_3$ : それぞれのフィードバック・ゲイン

$F_1 \sim F_3$ に相当と思われるゲインを実験的に割り出し、この式に入れば倒立走行制御は実現できそうな気がします。

実際に試してみましたが、それほど簡単にはいきませんでした。いろいろ試してみたところ、ことごとく失敗し、徒労に終わってしまいました。

最適なフィードバック・ゲインを求めるには、基本に立ち返り、PUPPYに対して働く物理的な力から求めていかなければならなかったようです。

### 運動方程式をたてる

それでは、ここで、最適なフィードバック・ゲインを求めてみましょう。

PUPPYにどのような力がかかるのかを知るために、運動方程式をたてます。各変数とパラメータを次のようにおきます(図2)。

- $\theta$  : 本体の進行方向の傾斜角(鉛直軸から進行方向に傾斜したときが正)
- $\phi$  : 本体から測った車輪の回転角(前進回転方向が正)
- $I$  : 本体の傾斜方向の慣性モーメント
- $L$  : 車軸から測った本体の重心の距離
- $M$  : 本体の質量
- $m$  : 車輪二つの質量
- $J$  : 車輪の慣性モーメント
- $r$  : 車輪の半径
- $D_\phi$  : 車輪の回転に伴う速度摩擦係数
- $D_\theta$  : 車軸回りに本体が回転するときの速度摩擦係数

剛体の運動エネルギーは、重心回りの回転運動エネルギーと重心の並進運動エネルギーの和で与えられます。本体と車輪を分離して考えると、車輪の回転運動エネルギー  $T_{Wr}$  は、次式のようになります。

$$T_{Wr} = \frac{1}{2} J (\dot{\phi} + \dot{\theta})^2 \dots\dots\dots (1)$$

次に、本体傾斜方向の回転運動エネルギー  $T_{Br}$  を求めます。車軸回りに  $\theta$  だけ回転するときには、本体の重心回りに同じだけ回転していることに注目すると、 $T_{Br}$  は次式のようになります。

$$T_{Br} = \frac{1}{2} I \dot{\theta}^2 \dots\dots\dots (2)$$

車輪の並進運動エネルギー  $T_{Wr}$  は、車輪二つの質量が  $m$  なので、

## COLUMN

### PUPPYについて

PUPPYは、北斗電子が室蘭工業大学の技術指導および監修により開発した倒立制御の学習用キットです。ルネサス テクノロジ製のH8/300H Tinyシリーズのマイコンを接続することで、簡単なモータの速度制御、位置制御、トルク制御を学習できます。角速度センサを搭載し、本体を倒立状態で制御することも可能です。また、マイコンの周辺機能であるタイマ(インターバル・タイマ, PWM 波形出力), A-D コンバータ, 外部割り込みなどを使用して倒立制御を実現するので、マイコンに初めて触れるという方の学習用途にピッタリです。

北斗電子のWeb サイト

<http://www.hokutodenshi.co.jp/>

