

やり直しのための 通信数学

第13回 ウェーブレット変換による画像処理応用——その2

三谷 政昭

前回は、2次元ウェーブレット変換による画像処理の代表的な応用例として、画像データの圧縮や雑音除去などを取り上げ、具体的な数値例を示しながら説明した。今回も引き続き、二つのパラメータ(周波数、位置)の読み取りを可能とするウェーブレット変換値に基づく画像処理応用について、前回と同じように数値例とともに、基本的な考え方を中心に解説を進める。いずれの応用例も、各自が表計算ソフト(Excel)を利用して、手計算でその性質を確認できる。2次元ウェーブレット変換の基本的な性質のうち、どの性質をどのように応用するのかについてしっかりと習得してもらいたい。(筆者)

Excelによる2次元ウェーブレット変換の計算プログラム

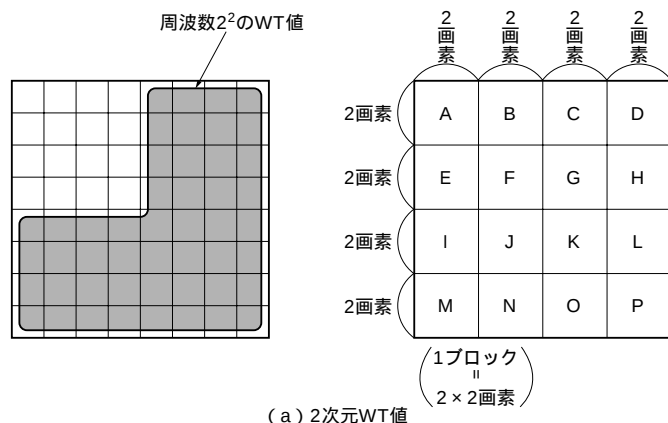
画像処理応用の説明に入る前に、まず 8×8 画素の2次元ウェーブレット変換(WT)と逆変換(IWT)を計算する際に、Microsoft社の表計算ソフト(Excel)で作業するための表の作成例を、稿末の図13.1(p.199)と図13.2(p.200)にそれぞれ示しておく。この表は例題計算のときに利用していただきたい。なお、二つの表を作成することによって、2次元WTとIWTのプロセスを再確認できるので、おっくうがらずに入力してもらいたい。その際、図13.1の変換と図13.2の逆変換を対比させて検証できるように、2次元WT計算では、

横方向(行ごと) 縦方向(列ごと)

の順に1次元WT計算を適用し、2次元IWT計算では逆に、

縦方向(列ごと) 横方向(行ごと)

の順で1次元IWT計算を行っている。そのため、計算途中のすべてのデータは変換と逆変換で同じ値をとるので、Excel表の検証に有用である。



例題1

下記の各画像の2次元WT値を求め、周波数と位置の二つのパラメータが同時に得られることを示せ。

画像

4	4	4	4	0	0	2	-2
4	4	4	4	0	0	2	-2
4	4	4	4	7	7	3	-3
4	4	4	4	-7	-7	-3	3
5	5	-5	-5	-6	-6	-6	-6
5	5	-5	-5	-6	-6	-6	-6
5	5	-5	-5	6	6	6	6
5	5	-5	-5	6	6	6	6

画像

8	0	0	0	0	0	0	0
0	8	0	0	0	0	0	0
0	0	8	0	0	0	0	0
0	0	0	8	0	0	0	0
0	0	0	0	8	0	0	0
0	0	0	0	0	8	0	0
0	0	0	0	0	0	8	0
0	0	0	0	0	0	0	8

解答1

図13.1より、3回の2次元WTが実行される。

● 手順1——周波数 2^2 の2次元WT値

まず、 8×8 個のデータについて、行ごとに $8 (= 2^3)$ 個の1次元WT値を求める。次に、得られた変換値について、列ごとに8個のデータの1次元WT値を計算する。得られた結果は、 2×2 画素を1ブロックとする、各ブロックごとの直流成分、周波数 2^2 (基本ウェーブレットの4倍の周波数に相当)のウェーブレット成分(縦じま、横じま、格子じま)を表す(図13.3)。

[縦じま]



[横じま]



[格子じま]



(■ : 1 □ : (-1))

(b) 1ブロックの基本画像

図13.3 周波数 2^2 の2次元WT値(手順1)

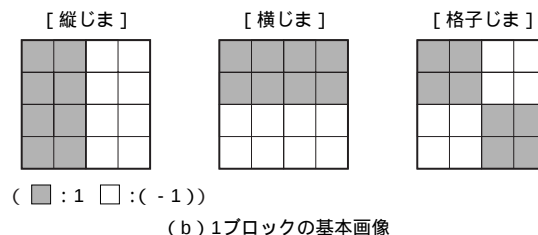
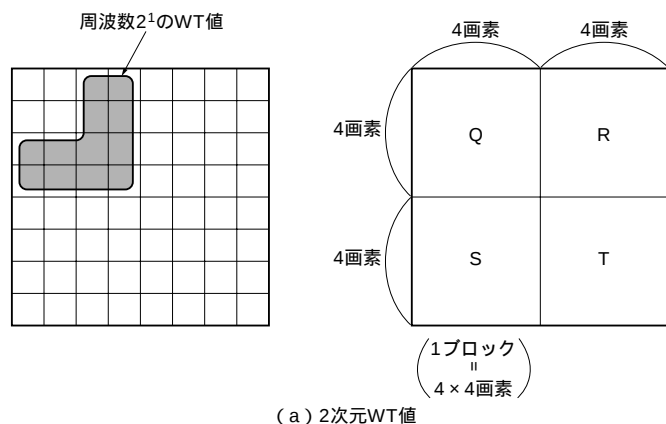


図 13.4 周波数 2^1 の2次元WT値(手順2)

● 手順2 —— 周波数 2^1 の2次元WT値

左上の 4×4 個のデータについて、行ごとに $4 (= 2^2)$ 個の1次元WT値を求める。次に、得られた変換値について、列ごとに4個のデータの1次元WT値を計算する。得られた結果は、 4×4 画素を1ブロックとする、各ブロックごとの直流成分、周波数 2^1 (基本ウェーブレットの2倍の周波数に相当)のウェーブレット成分(縦じま、横じま、格子じま)を表す(図 13.4)。

● 手順3 —— 周波数 $1 (= 2^0)$ の2次元WT値

左上の 2×2 個のデータについて、行ごとに $2 (= 2^1)$ 個の1次元WT値を求める。次に、得られた変換値について、列ごとに2個のデータの1次元WT値を計算する。得られた結果は、 8×8 画素、すなわち画像全体の直流成分、周波数1の基本ウェーブレット成分(縦じま、横じま、格子じま)を表す(図 13.5)。

以上のことから、各画像に対する2次元WT値を示し、特徴の読み解き方を記しておく。

画像の2次元WT値

1	1	0	0	0	0	0	2
1	1	5	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0
0	-6	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	7	0	0	0	0	3
0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0

たとえば、数値2, 7, 3は順に、図 13.3のDブロックの縦じま、Gブロックの横じま、Hブロックの格子じまの大きさを意味する。また、数値5, (-6)は順に、図 13.4のSブロックの縦じま、Tブロックの横じまの大きさ、左上の数値1は画像全体の平均値(直流成分)を表す。

画像の2次元WT値

1	0	0	0	0	0	0	0
0	1	0	0	0	0	0	0
0	0	2	0	0	0	0	0
0	0	0	2	0	0	0	0
0	0	0	0	4	0	0	0
0	0	0	0	0	4	0	0
0	0	0	0	0	0	4	0
0	0	0	0	0	0	0	4

数値4は、数値8の右下がりの直線を表す。また、数値2は、手順1で得られる 2×2 画素の各ブロック平均値(直流成分)による縮小画像(レベル2)、すなわち、

4	0	0	0
0	4	0	0
0	0	4	0
0	0	0	4

における数値4の右下がりの直線を表す。さらに、数値1は手順2で得られる 4×4 画素の各ブロック平均値(直流成分)による縮小画像(レベル1)、すなわち、

2	0
0	2

における数値2の右下がりの直線を表す。

なお、画像、画像のいずれも、得られた2次元WT値を逆変換すれば原画像が再合成されるので、チェックしていただきたい(図 13.2の2次元IWTのExcel表を利用)。その際、2次元WT値の各要素と再合成される画像の関係についても調べてみよう。たとえば、

0	5	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0