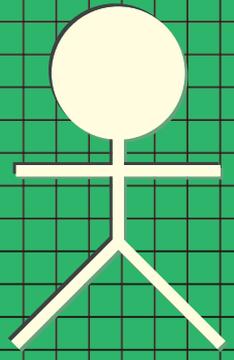


## 物理現象のモデリング



三田 宇洋

組み込みシステム開発におけるモデリングの対象の一つとして、機構系や電気系を含む物理現象の動特性がある。物理現象のどの部分に着目し、どの程度詳細にモデル化するかを決定するのは人間である。この部分は、ツールが支援してくれるわけではない。ここではマニピュレータ(ロボットの腕)を例に、モデリングの具体的な手順を紹介する。(編集部)

モデリングとは、ある現象の特徴をとらえ、表現することを意味します。対象としては、市場経済のようなマクロなものから半導体素子内部の電荷の動きのようなミクロなものまで、さまざまなものが考えられます。ここでは、制御系設計におけるモデリングについて見ていきます。

さて、制御する機器本来の能力を引き出すためには、精度の高い制御を行う必要があります。そのためには対象機器の詳しい知識が必要です。これを数式で表すものが数式モデル(物理モデル)であり、モデル作成の作業をモデリングと呼びます<sup>1)</sup>。

## 制御には2種類のモデルがある

制御におけるモデルには、制御対象(プラント)とコントローラ(制御器)の2種類が考えられます。サーボ系の制御構造を図1に示します。制御の対象となるのは、コントローラによって制御したい物理現象です。以降で示すマニピュレータなどが一例です。コントローラは通常、計算機や電気回路に搭載されるアルゴリズムです。以降で示すPID制御などがその一例です。

## 法則や数式を抽出し、系の挙動を記述する

物理モデリングとは、注目する物理現象を支配する法則や数式を抽出し、(数式のような)普遍的な表現で系の挙動を記述することです。法則にはエネルギー保存則、電圧平衡の式、物質収支式、および熱収支式などがあります。物理モデリングには、大別して次の分類があります。図2に示したバネ、マス、およびダンパで構成される1自由度振動系のモデルで見ていきましょう。

図2(a)はホワイトボックス・モデルとなります。ホワイトボックス・モデルは、系を支配する数式が明白なもので

す。図2(b)はグレーボックス・モデルです。グレーボックス・モデルは、モデルの内部構造に一部不明な点があるものです。この例ではダンパ要素が不明です。図2(c)はブラックボックス・モデルです。ブラックボックス・モデルはモデルの内部構造が未知のもので、入力信号とそのときの出力信号の実験データから系の数式モデルを計算により求める手法に、システム同定があります。ブラックボックス・モデルの計算にはシステム同定がよく使われます。

## 何に着目し、何を無視するか

一般に、良いモデルを求めるのは困難な作業ですが、次の2点が重要です。

- 物理現象の原因となる因子について、因子が物理現象に与える影響(感度)を評価し、影響(感度)の大きい因子からモデリングする
- モデリングする条件において、感度の低い因子を必要に応じて無視する

次の2例を考えましょう。

## 1) 十分小さく重い鉄球の自由落下のモデリング

(落下距離が十分小さい場合)

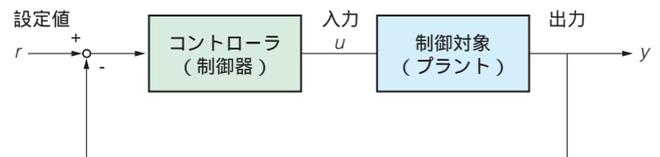
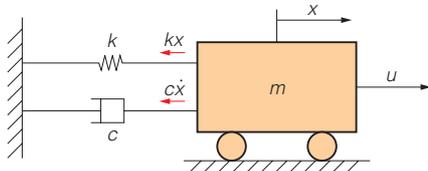


図1 サーボ系の制御構造

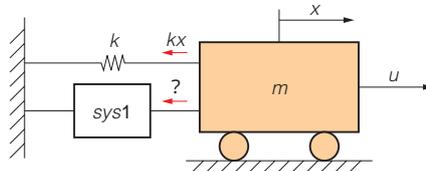
一般的な設定値追従制御の制御構造を抽象化すると、このようになる。設定値と制御対象の出力の偏差からコントローラ(制御器)が計算した入力を制御対象に与えることで、制御対象の出力が変化する。出力を設定値に追従させることが本制御系の目的である。

- 運動方程式は  

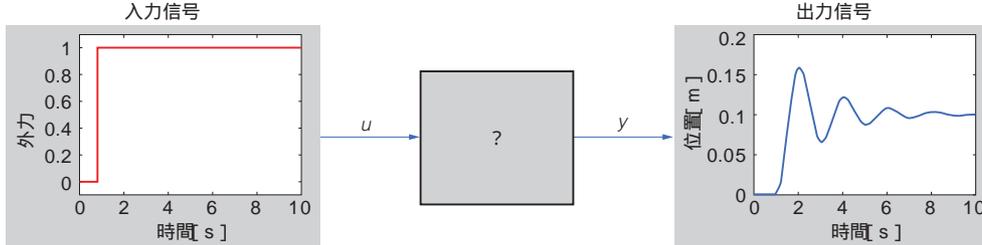
$$m\ddot{x} = -(c\dot{x}) - (kx) + u$$
 整理すると  $m\ddot{x} + c\dot{x} + kx = u$
- 初期値は  $x(0) = 0, \dot{x}(0) = 0, \ddot{x}(0) = 0$  とする。



(a) ホワイトボックス・モデル



(b) グレーボックス・モデル



(c) ブラックボックス・モデル

図2 モデリングの分類

モデルは、ホワイトボックス、グレーボックス、ブラックボックスの3種類に分類できる。

このとき、鉄球に働く力には、重力と空気抵抗があります。支配的な因子は重力と考え、空気抵抗は無視して考えることが可能です。

## 2) 雨滴の自由落下のモデリング(落下距離が十分大きい場合)

このとき、雨滴に働く力には重力と空気抵抗があります。空気抵抗は系の特性に大きく影響するので、無視することはできません。

# 1. マニピュレータをモデリングしよう

産業界では、さまざまな形態のロボットが生産現場で使われています。産業用ロボットにはマニピュレータ(いわゆる“ロボットの腕”)と呼ばれる機構を持つものが多くあります。マニピュレータは、対象物に直接働きかける操作端や作業工具などのエンド・エフェクタ(いわゆる“ロボットの手”)を、空間内の所定の位置に移動させます。その場

注: 本稿で説明する事例について、より詳細な解説を「<http://www.cybernet.co.jp/matlab/library/>」からダウンロードできる。ドキュメントのタイトルは、「2リンクロボットマニピュレータのDCモータによる位置制御へのモデルベース開発の適用 機構系と電気系のマルチドメインモデリングとPID制御パラメータの最適チューニング(詳細解説とサンプル・モデル)」、「2リンクロボットマニピュレータのDCモータによる位置制御へのモデルベース開発の適用 デモ概説書」。

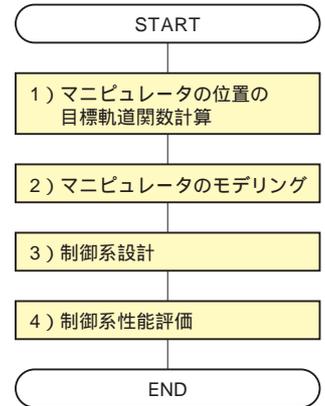


図3 シミュレーション解析/評価の工程

モデリングから制御系設計までの工程のフローチャートを示す。1)はマニピュレータの運転計画の設計、2)は運転計画をシミュレーションするためのマニピュレータの動特性(静特性)のモデリングである。3)では制御則を設計し、2)のモデルを用いて、4)で評価する。

所で、所定の姿勢をとらせたり、空間曲線に沿って動かしたりする役割を持っています。マニピュレータは、ロボットを性格付ける重要な構成要素の一つです<sup>2)</sup>。

近年、自動車や航空機、宇宙機などの制御システム開発において、モデル・ベース開発(Model Based Development)と呼ばれる手法が注目されています。モデル・ベース開発は、開発工程の上流から下流まで、一貫してモデルを利用する開発手法です<sup>3)</sup>。本稿では、The MathWorks社の数値計算ツール「MATLAB/Simulink」のモデルに基づいて開発を進めていきます。MATLABは数学計算を得意とするスクリプト言語です。Simulinkは、時間の概念を持つブロック線図環境のシミュレータです。

## ロボット・マニピュレータの位置制御系を設計

設計事例として、ここでは2リンクのロボット・マニピュレータ(以下、マニピュレータ)の位置制御系設計に焦点を当てます。また、図3の流れに沿って、下記の1)~4)の各工程について説明します。MATLABには80を超える用途・業種に特化したオプションがありますが、ここではそれらのうち、図3の工程を円滑に進めるために有効なものだけを用います<sup>注</sup>。

### 1) マニピュレータの位置の目標軌道関数の設計

まず、マニピュレータの位置の目標軌道関数を設計しま