9 微分・積分回路

馬場 清太郎
Seitaro Baba

前回までの負帰還回路は抵抗で構成してきました．しかし，OPアンプの負帰還素子は抵抗だけではありません．

今回は抵抗とコンデンサで負帰還回路を構成し，微分・積分の演算を行ってみます．特に積分回路はほとんどのアナログ回路に使用されていますから，重点的に説明します．

稿末のAppendixでは微分・積分回路を理解するための基礎理論を復習します．

積分回路

積分回路は非常に応用範囲の広い回路で，ほとんどのアナログ回路に使われています．積分操作は信号の変動を平均化して，雑音の影響を低減します．

最近では，OPアンプ単体の積分演算回路はほとんど使われないようで，私も対象となる波形をA-D変換し，ディジタル・データを積分(和分)しています．

● 積分回路の概念

図9-1(a)の回路が積分回路の概念図です．この回路の入出力特性は，

$$v_{out}(t)=k\int v_{in}(t)\,dt+v_{out}(0) \quad \cdots\cdots (9-1)$$

ただし，k：比例定数，$v_{out}(0)$：時刻$t=0$における初期値

通常，$v_{out}(0)$の初期値は0として考えますが，実際の動作では無視できないこともあり，その場合には後述の積分コンデンサを短絡して，積極的にゼロにリセットします．式(9-1)を記号を使って書き直すと，入出力伝達関数$G(j\omega)$は，

$$G(j\omega)=\frac{v_{out}}{v_{in}}=\frac{k}{j\omega} \quad \cdots\cdots (9-2)$$

となり，ゲインと位相は次式となります．

$$\text{ゲイン：} |G(j\omega)|=\left|\frac{k}{\omega}\right| \quad \cdots\cdots (9-3)$$

$$\text{位相：} \arg G(j\omega)=\frac{1}{j}=-90°\ (k>0) \quad \cdots (9-4)$$

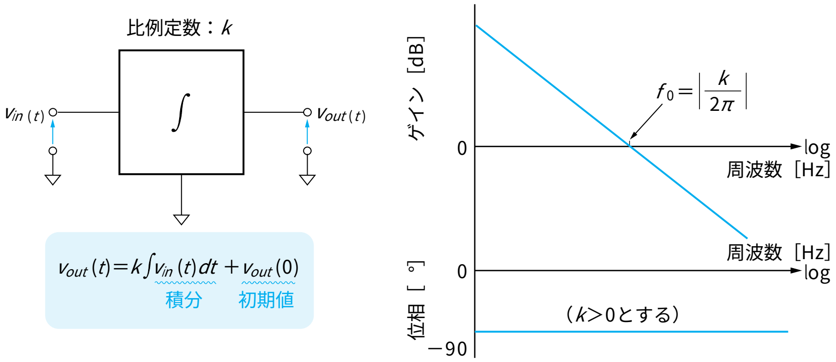
$$\arg G(j\omega)=-\frac{1}{j}=90°\ (k<0) \quad \cdots (9-5)$$

これを図示すると，周波数特性は**図9-1(b)**のようになります．このように積分回路は，ゲインが周波数に反比例して-6 dB/oct.で変化し，位相は90°遅れます．

● CRによる積分回路

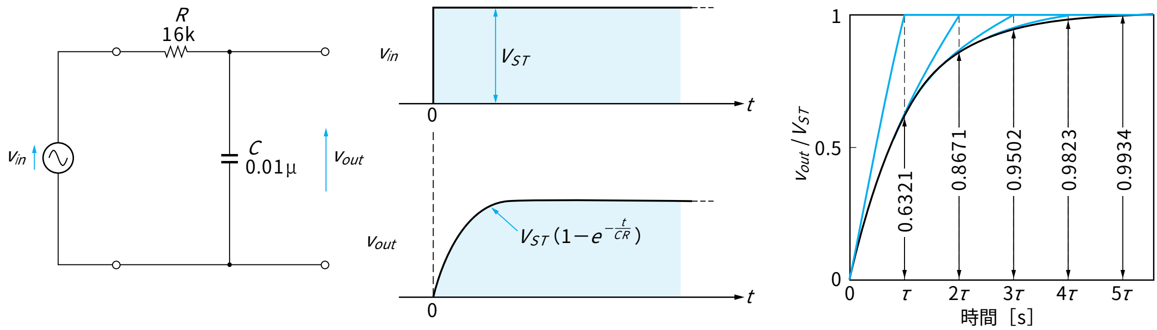
図9-2(a)がCR積分回路です．この回路に**図9-2(b)**のような信号V_{ST}(ステップ関数)を入力すると出

〈図9-1〉積分回路の概念図と周波数特性



(a) 概念図　(b) 周波数特性

〈図9-2〉 *CR*積分回路と応答時間



(a) *CR*積分回路　(b) ステップ関数入力時の応答　(c) 時定数と応答時間

力 v_{out} は，

$$v_{out}=V_{ST}\left(1-e^{-\frac{t}{CR}}\right) \cdots\cdots\cdots (9-6)$$

となります．*CR*は時間の次元をもち時定数(τ)と言います．

時間と出力電圧の応答特性を**図9-2(c)**に示します．これから，5τ以上の時間待てば，出力電圧は入力電圧にほぼ等しくなると言えます．

この回路の入出力伝達関数 $G(j\omega)$ は，

$$G(j\omega)=\frac{1}{1+j\omega CR} \cdots\cdots\cdots (9-7)$$

$$\text{ゲイン：}\ |G(j\omega)|=\sqrt{1+(\omega CR)^2} \cdots\cdots (9-8)$$

$$\text{位相：}\ \arg G(j\omega)=-\tan^{-1}\omega CR \cdots\cdots (9-9)$$

となります．周波数特性は**図9-3**の点線のようになり，真の積分回路ではありません．近似的に積分動作をさせるためには，$\omega \gg 1/CR$，具体的には $\omega > 10/CR$ にする必要があります．

● 簡略ボーデ線図の描き方

▶ bodeではなくBode

ボーデ(Bode)線図はボード線図と書かれることが多いようですが，Bodeは動詞bode(ボード)ではなく人名です．Bodeは負帰還増幅器の設計理論を確立した人です．ここでは，Bode氏の出身地の呼び方からボーデと表記します[1]．

▶ 書き方を覚えれば簡単

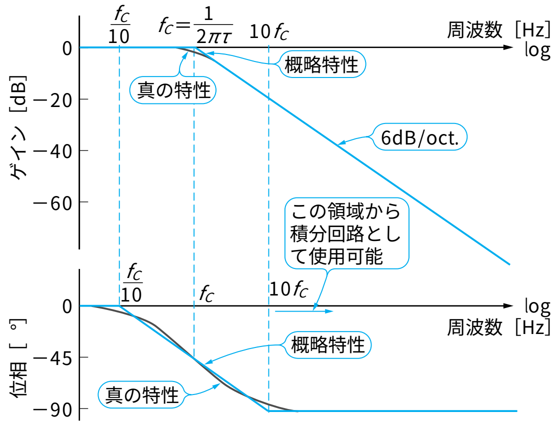
伝達関数のゲインと位相の周波数特性を**図9-3**のように描いたグラフをボーデ線図といいます．青線が簡略化したボーデ線図，黒線が真のボーデ線図です．

図9-4に詳細周波数特性を示します．簡略化しても誤差は，ゲインで3 dB以下，位相で5.7°以下です．この図の主目的である後述の負帰還安定度の検討では無視できます．しかも，覚えれば簡単に書け，負帰還安定度の設計に欠かせません．

▶ 計算方法と描き方

まず，伝達関数を式(9-7)としてカットオフ周波数 f_C を求めます．f_C は分母をゼロにする周波数の絶対値です．

〈図9-3〉 *CR*積分回路の周波数特性



$$1+j\omega_C CR=0 \cdots\cdots\cdots (9-10)$$

$$\omega_C=-\frac{1}{jCR} \cdots\cdots\cdots (9-11)$$

$$\therefore f_C=\frac{\omega_C}{2\pi}=\frac{1}{2\pi CR}=\frac{1}{2\pi\tau} \cdots\cdots (9-12)$$

図9-3のように，グラフに f_C をプロットし，f_C より低い周波数ではゲインを1倍(0 dB)一定とし，f_C より高い周波数ではゲインを−6 dB/oct.で直線的に低下させます．位相特性は，f_C で−45°ですから，$f_C/10$ 以下で0°，$10f_C$ 以上で−90°になるように直線近似します．

つまり，ゲイン特性の折点は f_C の1点，位相特性の折点は $f_C/10$ と $10f_C$ の2点となります．

▶ 真のボーデ線図との誤差は？

誤差は折点で最大となり，

$$\omega_C=2\pi f_C=\frac{1}{CR} \cdots\cdots\cdots (9-13)$$

$f=f_C$ のときのゲイン G_C は，

$$G_C=\frac{1}{\sqrt{2}} \cdots\cdots\cdots (9-14)$$

dBで表わすと，